

Microeconomia

Laurea in Economia Aziendale

A.A. 2025–2026

Marco Rosso

21 febbraio 2026

Indice

I	Teoria del Consumatore	1
1	Metodo economico e strumenti di base	2
1.1	Cos'è la microeconomia	2
1.2	Scarsità e trade-off	2
1.2.1	Costo opportunità	2
1.3	Frontiera delle possibilità produttive (FPP)	2
1.4	Sunk costs	3
1.5	Analisi marginale	3
1.6	Strumenti matematici di base	3
1.7	Esercizi	4
2	Preferenze, utilità e saggio marginale di sostituzione	5
2.1	Il problema del consumatore	5
2.2	Panieri e relazioni di preferenza	5
2.3	Assiomi delle preferenze razionali	5
2.4	Utilità ordinale vs cardinale	6
2.5	Curve di indifferenza	6
2.6	Tipologie di preferenze	6
2.6.1	Cobb-Douglas	6
2.6.2	Sostituti perfetti	7
2.6.3	Complementi perfetti	7
2.7	Utilità marginali e MRS	7
2.8	Esercizi	8
3	Vincolo di bilancio e scelta ottima	9
3.1	Il problema economico	9
3.2	Vincolo di bilancio	9
3.3	Insieme di bilancio	10
3.4	Variazioni di reddito e prezzi	11
3.4.1	Variazioni del reddito	11
3.4.2	Variazioni dei prezzi	11
3.4.3	Inflazione proporzionale	12
3.5	Dalla fattibilità alla scelta	12
3.6	Scelta ottima del consumatore	12
3.6.1	Soluzione grafica e condizione di tangenza	12
3.7	Metodo della sostituzione	13
3.8	Metodo di Lagrange	14
3.9	Soluzione Cobb-Douglas	14
3.10	Soluzioni d'angolo	15
3.11	Esercizi	16

4	La prossima settimana....	17
A	Matematica di base per la microeconomia	18
A.1	Derivate fondamentali	18
A.2	Derivate composte	18
A.3	Proprietà potenze e logaritmi	18
A.4	Prodotti notevoli	19
A.5	Massimi e minimi	19

Parte I

Teoria del Consumatore

Capitolo 1

Metodo economico e strumenti di base

1.1 Cos'è la microeconomia

La microeconomia studia come individui e imprese prendono decisioni in presenza di risorse scarse. Analizza:

- scelte di consumo,
- decisioni di produzione,
- formazione dei prezzi,
- effetti delle politiche pubbliche.

Idea chiave

La microeconomia utilizza modelli semplificati per isolare i meccanismi fondamentali delle decisioni economiche.

1.2 Scarsità e trade-off

Le risorse sono limitate, i bisogni potenzialmente infiniti. Ogni scelta implica una rinuncia: questo è il trade-off.

1.2.1 Costo opportunità

Definizione 1.1. Il costo opportunità è il valore della migliore alternativa a cui si rinuncia.

Esempio: università vs lavoro. Costi espliciti (tasse, libri): 9.000€. Costo opportunità (salario rinunciato): 54.000€ per 3 anni. Costo economico totale: 63.000€.

Intuizione economica

Il "gratis" ha sempre un costo. Un biglietto concerto "gratuito" costa il salario del turno rinunciato.

1.3 Frontiera delle possibilità produttive (FPP)

La FPP rappresenta le combinazioni massime producibili date le risorse.

Esempio lineare:

$$B = 10 - 0.5A$$

- Intercetta verticale: 10
- Intercetta orizzontale: 20
- Pendenza: -0.5 (costo opportunità di A in termini di B)

Idea chiave

La pendenza della FPP misura il costo opportunità crescente.

1.4 Sunk costs

Definizione 1.2. Un sunk cost è un costo già sostenuto e non recuperabile.

Errore comune

Continuare un film noioso "perché ho pagato il biglietto" è sunk cost fallacy. Decidi sui costi/benefici futuri.

1.5 Analisi marginale

Le decisioni ottimali si prendono confrontando benefici marginali e costi marginali.

$$\text{Ottimo quando } BM = CM$$

Esempio profitto:

$$\pi(q) = 50q - 5q^2 - 100$$

$$\pi'(q) = 50 - 10q = 0 \Rightarrow q = 5$$

Intuizione economica

Finché il beneficio marginale supera il costo marginale conviene aumentare la produzione.

1.6 Strumenti matematici di base

Vedi Appendice A per regole complete di derivazione.

Strumento matematico

La derivata misura la variazione marginale: $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.

Per $U(x, y)$:

$$\frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\partial U}{\partial y}$$

Questi strumenti saranno usati per:

- utilità marginali,
- MRS,
- prodotto marginale,
- MRTS.

1.7 Esercizi

Esercizio 1.1. Calcolare il costo opportunità nella FPP $B = 20 - A$.

Esercizio 1.2. Calcolare la derivata di $f(x) = 4x^2 + 3x$.

Esercizio 1.3. Un'impresa ha $\pi(q) = 60q - 6q^2 - 100$. Calcolare la quantità ottima.

Esercizio 1.4. Spiegare perché un sunk cost è irrilevante per una decisione futura.

Esercizio 1.5. Caso integrato: FPP $B = 12 - 0.25A$. Trova intercette e interpreta pendenza.

Capitolo 2

Preferenze, utilità e saggio marginale di sostituzione

2.1 Il problema del consumatore

Il consumatore sceglie il paniere che massimizza il proprio benessere. Prima di introdurre prezzi e reddito, descriviamo le preferenze su $\mathbb{R}_+^2$.

2.2 Panieri e relazioni di preferenza

Un paniere è $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$.

Notazione:

- $A \succ B$
- $A \succeq B$
- $A \sim B$

2.3 Assiomi delle preferenze razionali

Definizione 2.1 (Assiomi delle preferenze). Sia $\succsim$ una relazione di preferenza su $X \subseteq \mathbb{R}_+^2$. Gli assiomi sono:

1. **Completezza:** $\forall A, B \in X, A \succsim B$ o $B \succsim A$.
2. **Transitività:** $\forall A, B, C \in X$, se $A \succsim B$ e $B \succsim C$, allora $A \succsim C$.
3. **Monotonicità:** se A ha almeno tanta x e y di B , e più di almeno uno, allora $A \succ B$.
4. **Convessità:** se $A \sim B$, allora $\lambda A + (1 - \lambda)B \succsim A$ per $\lambda \in (0, 1)$.

Proposizione 2.1. Se le preferenze soddisfano i 4 assiomi, esiste $U : X \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $A \succsim B \iff U(A) \geq U(B)$.

Mini-prova (idea)

La completezza+transitività garantisce un ordinamento totale. La monotonicità+convessità garantisce continuità e rappresentazione.

Intuizione economica

Senza transitività, "money pump": mela $\succ$ banana $\succ$ arancia $\succ$ mela $\rightarrow$ scambi infiniti = povertà.

2.4 Utilità ordinale vs cardinale

Definizione 2.2. L'**utilità ordinale** rappresenta preferenze con trasformazioni monotone crescenti: $V = f(U)$, $f' > 0$.

Esempio: $U = xy$, $V = 2xy + 5$, $W = \ln(xy)$ rappresentano le *stesse* preferenze.

Idea chiave

Contano gli ordini, non i valori assoluti. $U = 10 > U = 5$ non significa "il doppio meglio".

2.5 Curve di indifferenza

$$U(x, y) = \bar{U}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}_+^2$$

Proprietà

1. **Pendenza negativa** (monotonicità).
2. **Non si intersecano** (transitività).
3. **Nord-est meglio** (monotonicità).
4. **Convessità** (convessità delle preferenze).

2.6 Tipologie di preferenze

2.6.1 Cobb-Douglas

$$U = x^\alpha y^\beta$$

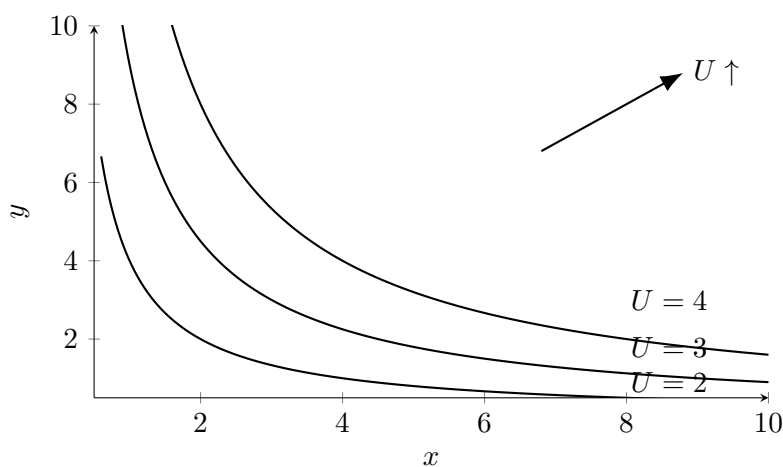


Figura 2.1: Curve di indifferenza Cobb-Douglas: convesse verso l'origine (sostituibilità imperfetta).

2.6.2 Sostituti perfetti

$$U = ax + by$$

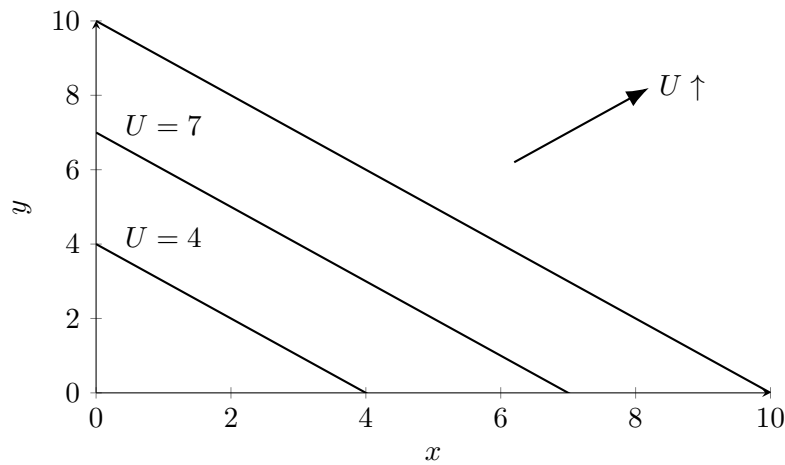


Figura 2.2: Sostituti perfetti: curve di indifferenza lineari (MRS costante).

2.6.3 Complementi perfetti

$$U = \min\{x, y\}$$

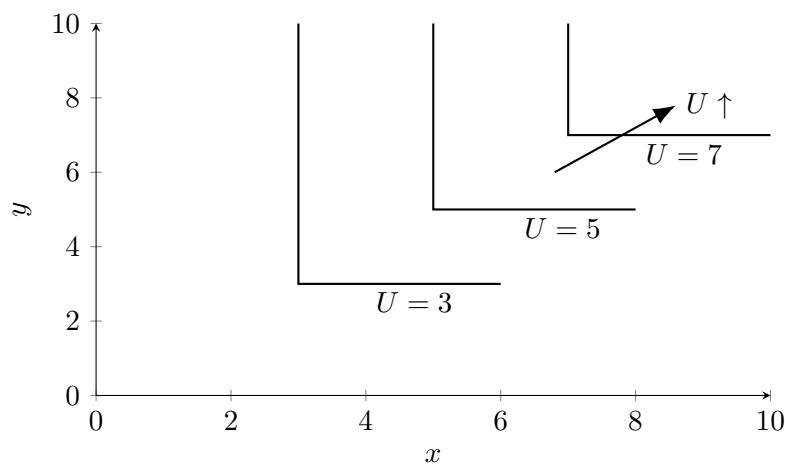


Figura 2.3: Complementi perfetti: curve a L (beni in proporzioni fisse).

2.7 Utilità marginali e MRS

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y}$$

Definizione 2.3.

$$\text{MRS}(x, y) = -\frac{dy}{dx}\bigg|_{dU=0} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

Esempio Cobb-Douglas $U = \sqrt{xy}$:

$$MU_x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}, \quad \text{MRS} = \frac{y}{x}$$

Intuizione economica

$MRS=2 \implies$ disposto a cedere 2 birre per 1 pizza mantenendo utilità costante.

Idea chiave

All'ottimo: $MRS = \frac{p_x}{p_y}$ (prossima lezione).

2.8 Esercizi

Esercizio 2.1. Calcolare il MRS per $U = x^2y$.

Esercizio 2.2. Verificare che $U = xy$ e $V = 2xy + 5$ rappresentano le stesse preferenze.

Esercizio 2.3. Spiegare perché la convessità implica un MRS decrescente.

Da sapere per l'esame

Alla fine della Settimana 1 devi saper:

1. spiegare scarsità, trade-off, costo opportunità e sunk costs con esempi;
2. leggere e interpretare pendenza e intercette di una retta (FPP e, tra poco, vincolo di bilancio);
3. calcolare derivate e derivate parziali in casi semplici;
4. definire preferenze e assiomi (completezza, transitività, monotonicità, convessità);
5. disegnare curve di indifferenza per Cobb–Douglas, sostituti e complementi;
6. calcolare MU_x , MU_y e $MRS = \frac{MU_x}{MU_y}$;
7. interpretare il MRS come disponibilità a scambiare beni a utilità costante.

Esercizi integrati (autovalutazione)

1. (FPP) Data $B = 12 - 0.25A$: (i) trova le intercette, (ii) interpreta la pendenza come costo opportunità.
2. (Preferenze) Spiega con parole tue perché la monotonicità implica pendenza negativa delle curve di indifferenza.
3. (MRS) Per $U(x, y) = x^{0.4}y^{0.6}$ calcola MU_x , MU_y e il MRS.

Capitolo 3

Vincolo di bilancio e scelta ottima

3.1 Il problema economico

Il consumatore ha preferenze descritte da una funzione di utilità $U(x, y)$ e dalle relative curve di indifferenza. Vorrebbe consumare il più possibile di entrambi i beni, ma ha un reddito limitato e deve pagare prezzi di mercato.

Le domande fondamentali sono:

- quali panieri (x, y) sono *accessibili*?
- quale paniere *sceglierà* tra quelli accessibili?

A queste due domande rispondono, rispettivamente, il *vincolo di bilancio* e la *scelta ottima* del consumatore.

3.2 Vincolo di bilancio

Siano dati:

- $p_x > 0$: prezzo unitario del bene x ;
- $p_y > 0$: prezzo unitario del bene y ;
- $M > 0$: reddito disponibile del consumatore;
- $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$: quantità acquistate dei due beni.

Definizione 3.1 (Vincolo di bilancio). La spesa totale del consumatore non può superare il reddito disponibile:

$$p_x x + p_y y \leq M.$$

L'insieme di panieri che soddisfano il vincolo è detto *insieme di bilancio*:

$$B(M, p_x, p_y) = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : p_x x + p_y y \leq M\}.$$

Definizione 3.2 (Retta di bilancio). La *retta di bilancio* è l'insieme di panieri che esauriscono esattamente il reddito:

$$p_x x + p_y y = M.$$

Risolvendola rispetto a y otteniamo la forma esplicita:

$$y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x.$$

Intercette e pendenza

Dalla forma esplicita si ricavano facilmente:

- **intercetta verticale:** $y = M/p_y$ (quando $x = 0$);
- **intercetta orizzontale:** $x = M/p_x$ (quando $y = 0$);
- **pendenza:** $-\frac{p_x}{p_y}$.

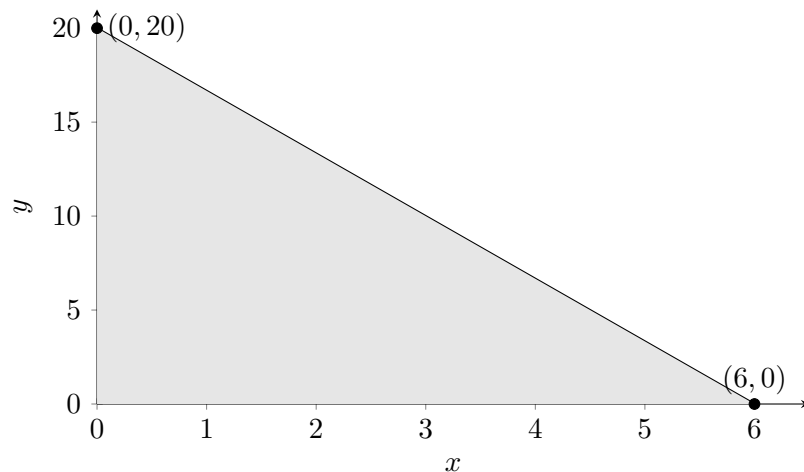


Figura 3.1: Retta di bilancio e insieme di bilancio per $M = 60$, $p_x = 10$, $p_y = 3$.

La retta di bilancio rappresenta le combinazioni che esauriscono il reddito; l'area sottostante costituisce l'insieme di bilancio, cioè l'insieme dei panieri accessibili.

Intuizione economica

La pendenza $-\frac{p_x}{p_y}$ misura il *tasso di sostituzione di mercato*: quante unità di y devo rinunciare per comprare 1 unità in più di x .

3.3 Insieme di bilancio

Definizione 3.3 (Insieme di bilancio). L'insieme di bilancio è l'insieme di tutti i panieri accessibili al consumatore:

$$B(M, p_x, p_y) = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : p_x x + p_y y \leq M\}.$$

Osservazione 3.1. Geometricamente $B(M, p_x, p_y)$ è un triangolo nel primo quadrante con vertici $(0, 0)$, $(M/p_x, 0)$ e $(0, M/p_y)$. La frontiera è la retta di bilancio, l'interno contiene i panieri che non esauriscono il reddito.

Proposizione 3.1 (Perché all'ottimo si spende tutto il reddito). *Se le preferenze sono monotone ("più è meglio"), allora in un paniere ottimo vale*

$$p_x x + p_y y = M.$$

Mini-prova (idea)

Se in un presunto ottimo avessimo $p_x x + p_y y < M$, resterebbe reddito non speso. Poiché $p_x, p_y > 0$, potremmo aumentare almeno uno dei due beni restando nel vincolo, ottenendo un paniere strettamente preferito per monotonicità: contraddizione.

Proposizione 3.2 (Proprietà dell'insieme di bilancio). *Per ogni $M > 0$ e $p_x, p_y > 0$ l'insieme di bilancio $B(M, p_x, p_y)$ è convesso.*

Mini-prova (idea)

Se (x_1, y_1) e (x_2, y_2) sono accessibili, allora $p_x x_i + p_y y_i \leq M$ per $i = 1, 2$. Per ogni $\lambda \in [0, 1]$ si ha

$$p_x(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) + p_y(\lambda y_1 + (1 - \lambda)y_2) = \lambda(p_x x_1 + p_y y_1) + (1 - \lambda)(p_x x_2 + p_y y_2) \leq M,$$

quindi anche la media convessa appartiene a $B(M, p_x, p_y)$.

3.4 Variazioni di reddito e prezzi

3.4.1 Variazioni del reddito

Se il reddito passa da M a $M' > M$ (con prezzi costanti), la nuova retta di bilancio è

$$y = \frac{M'}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}x.$$

La pendenza è invariata, mentre le intercette aumentano: la retta si sposta parallelamente verso l'esterno.

Se $M'' < M$, la retta si sposta parallelamente verso l'interno.

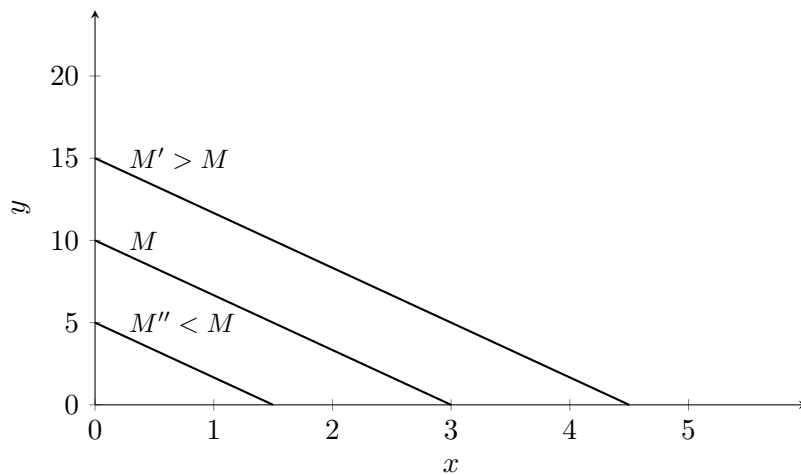


Figura 3.2: Variazioni del reddito: la retta di bilancio si sposta parallelamente (pendenza invariata).

Un aumento del reddito genera uno spostamento parallelo verso l'esterno, mentre una riduzione lo sposta verso l'interno; il trade-off di mercato rimane invariato.

Idea chiave

Il reddito cambia la *dimensione* dell'insieme di bilancio ma non il trade-off di mercato p_x/p_y .

3.4.2 Variazioni dei prezzi

Se aumenta solo p_x (con M e p_y costanti), l'intercetta verticale M/p_y resta invariata, mentre l'intercetta orizzontale M/p_x diminuisce e la retta ruota verso l'interno attorno al punto $(0, M/p_y)$.

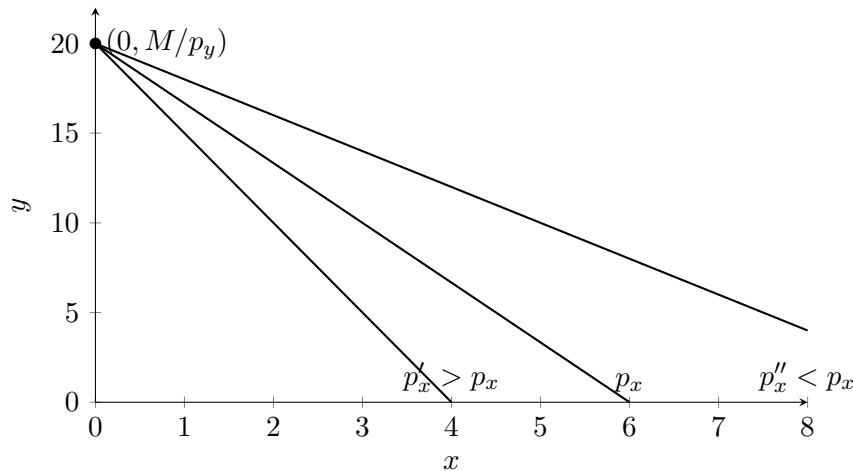


Figura 3.3: Variazione di p_x con M e p_y fissi: la retta ruota attorno all'intercetta verticale.

Una variazione del prezzo di un bene genera una rotazione della retta di bilancio attorno all'intercetta del bene il cui prezzo non è cambiato.

Se diminuisce p_x , la retta ruota verso l'esterno attorno allo stesso punto.

Variazioni di p_y generano rotazioni analoghe attorno all'intercetta orizzontale $(M/p_x, 0)$.

3.4.3 Inflazione proporzionale

Proposizione 3.3 (Omogeneità di grado zero). *Se moltiplichiamo simultaneamente (M, p_x, p_y) per uno stesso fattore $\lambda > 0$, l'insieme di bilancio non cambia:*

$$B(\lambda M, \lambda p_x, \lambda p_y) = B(M, p_x, p_y).$$

Mini-prova (idea)

La condizione $\lambda p_x x + \lambda p_y y \leq \lambda M$ è equivalente (dividendo per λ) a $p_x x + p_y y \leq M$.

Intuizione economica

Un'inflazione proporzionale (prezzi e reddito che crescono nella stessa misura) non cambia le possibilità reali di consumo: contano solo prezzi e reddito *relativi*.

3.5 Dalla fattibilità alla scelta

Finora abbiamo descritto *quali panieri sono accessibili*. Ora introduciamo il problema decisionale: *dato ciò che è accessibile, quale paniere massimizza l'utilità?*

3.6 Scelta ottima del consumatore

Il problema del consumatore è una massimizzazione vincolata:

$$\max_{x, y \geq 0} U(x, y) \quad \text{soggetto a} \quad p_x x + p_y y = M.$$

3.6.1 Soluzione grafica e condizione di tangenza

Graficamente, il consumatore cerca la curva di indifferenza più alta che interseca l'insieme di bilancio. In un ottimo interno (x^*, y^*) la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio.

Definizione 3.4 (Condizione di tangenza). In un ottimo interno si ha

$$MRS(x^*, y^*) = \frac{p_x}{p_y},$$

cioè

$$\frac{MU_x(x^*, y^*)}{MU_y(x^*, y^*)} = \frac{p_x}{p_y}.$$

Equivalente:

$$\frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y},$$

ossia l'utilità marginale per euro è uguale per entrambi i beni.

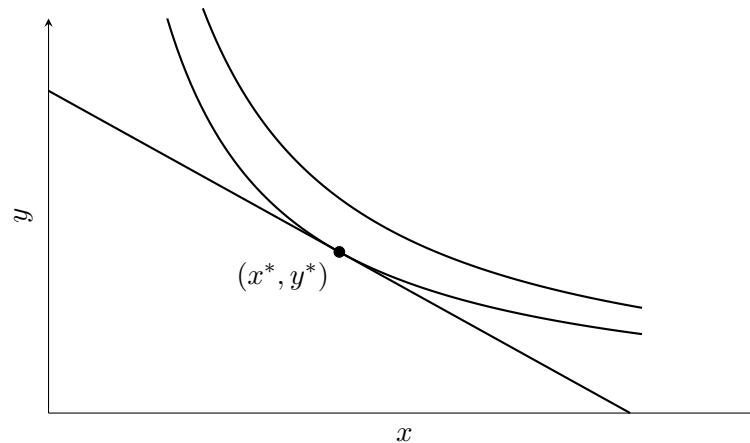


Figura 3.4: Ottimo interno: la curva di indifferenza è tangente alla retta di bilancio.

L'ottimo interno si verifica nel punto in cui la curva di indifferenza più elevata accessibile è tangente alla retta di bilancio: in tale punto vale $MRS = p_x/p_y$.

Intuizione economica

Se $MU_x/p_x > MU_y/p_y$, 1 euro speso in x rende più utilità che in y : conviene sostituire y con x fino a che le due utilità marginali per euro si uguagliano.

Idea chiave

Tre casi possibili:

1. **Ottimo interno:** $x^* > 0$, $y^* > 0$ e $MRS(x^*, y^*) = \frac{p_x}{p_y}$.
2. **Angolo su x :** $y^* = 0$ e l'ottimo sta sull'asse x (tipicamente in $(M/p_x, 0)$ se le preferenze lo rendono conveniente).
3. **Angolo su y :** $x^* = 0$ e l'ottimo sta sull'asse y (tipicamente in $(0, M/p_y)$).

La tangenza è una condizione necessaria solo nel caso interno; con soluzioni d'angolo bisogna valutare direttamente i panieri estremi consentiti.

3.7 Metodo della sostituzione

Un primo metodo per risolvere il problema è sostituire il vincolo nella funzione di utilità.

Strumento matematico

1. Si risolve il vincolo per una variabile, ad esempio $y = \frac{M-p_x x}{p_y}$.
2. Si sostituisce in $U(x, y)$ ottenendo $\tilde{U}(x) = U(x, \frac{M-p_x x}{p_y})$.
3. Si massimizza $\tilde{U}(x)$ rispetto a x con $\tilde{U}'(x) = 0$ e si usa la CSO.
4. Si ricava y^* dal vincolo di bilancio.

3.8 Metodo di Lagrange

Il metodo standard in microeconomia usa il moltiplicatore di Lagrange.

Strumento matematico

Si definisce

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = U(x, y) - \lambda(p_x x + p_y y - M).$$

Le condizioni del primo ordine sono

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = MU_x - \lambda p_x = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = MU_y - \lambda p_y = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = M - p_x x - p_y y = 0.$$

Dalle prime due equazioni si ottiene subito la condizione di tangenza:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y}.$$

Osservazione 3.2 (Interpretazione di λ). Dalla condizione $MU_x = \lambda p_x$ segue $\lambda = MU_x/p_x$: λ misura l'utilità marginale del reddito, cioè di 1 euro addizionale.

Esempio 3.1 (Esempio rapido con logaritmi). Consideriamo $U(x, y) = \ln x + 2 \ln y$ con $x, y > 0$ e vincolo $p_x x + p_y y = M$. Le CPO implicano

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{(1/x)}{(2/y)} = \frac{y}{2x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{2p_x}{p_y} x.$$

Sostituendo nel vincolo si ottiene che il consumatore spende 1/3 del reddito in x e 2/3 in y (quote determinate dai “pesi” della funzione).

3.9 Soluzione Cobb–Douglas

Consideriamo una funzione di utilità Cobb–Douglas

$$U(x, y) = x^\alpha y^\beta, \quad \alpha, \beta > 0.$$

Proposizione 3.4 (Scelta ottima Cobb–Douglas). Dato il vincolo $p_x x + p_y y = M$, la soluzione interna è

$$x^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_x}, \quad y^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_y}.$$

Mini-prova (idea)

Calcoliamo le utilità marginali: $MU_x = \alpha x^{\alpha-1} y^\beta$, $MU_y = \beta x^\alpha y^{\beta-1}$. La condizione $MU_x/MU_y = p_x/p_y$ implica

$$\frac{\alpha}{\beta} \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{\beta}{\alpha} \frac{p_x}{p_y} x.$$

Sostituendo nel vincolo e risolvendo si ottengono le espressioni per x^* e y^* .

Intuizione economica

Con preferenze Cobb–Douglas, il consumatore spende una quota fissa del reddito in ciascun bene: $\alpha/(\alpha + \beta)$ in x , $\beta/(\alpha + \beta)$ in y .

3.10 Soluzioni d'angolo

Finora abbiamo considerato ottimi interni. In alcuni casi (soprattutto con sostituti perfetti) l'ottimo è su un'intercetta della retta di bilancio.

Definizione 3.5 (Soluzione d'angolo). Si ha una soluzione d'angolo se in ottimo il consumatore sceglie $x^* = 0$ oppure $y^* = 0$, cioè tutto il reddito è speso in un solo bene.

In altre parole, quando il trade-off soggettivo differisce sistematicamente dal trade-off di mercato, l'ottimo può trovarsi in un estremo del vincolo di bilancio.

Esempio 3.2 (Sostituti perfetti). Se $U(x, y) = ax + by$ con $a, b > 0$, allora $MRS = a/b$ è costante. Confrontando MRS con p_x/p_y :

- se $\frac{a}{b} > \frac{p_x}{p_y}$ l'ottimo è $(M/p_x, 0)$ (solo x);
- se $\frac{a}{b} < \frac{p_x}{p_y}$ l'ottimo è $(0, M/p_y)$ (solo y);
- se $\frac{a}{b} = \frac{p_x}{p_y}$ ogni paniere sulla retta è ottimo.

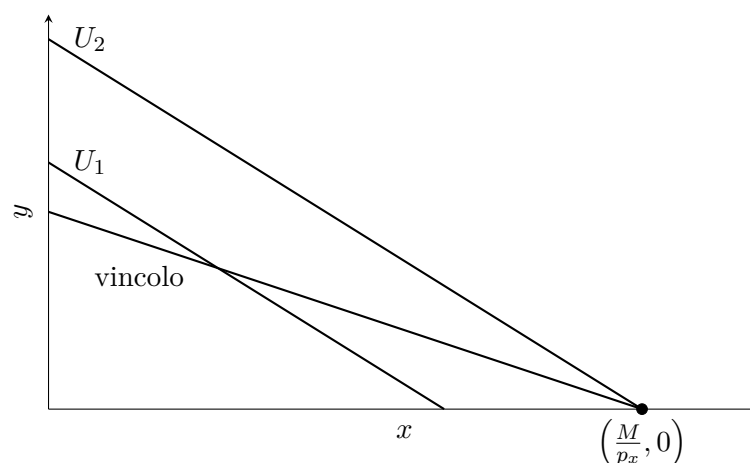


Figura 3.5: Soluzione d'angolo (sostituti perfetti): la curva di indifferenza più alta accessibile tocca il vincolo nell'estremo $(\frac{M}{p_x}, 0)$.

Esempio 3.3 (Complementi perfetti: proporzioni fisse). Se $U(x, y) = \min\{ax, by\}$, il consumatore desidera i beni in proporzione fissa. In un ottimo vale

$$ax^* = by^*.$$

Mini-prova (idea)

Se $ax < by$, aumentando y non cambia U ; se $ax > by$, aumentando x non cambia U . Per evitare “sprechi” l’ottimo richiede uguaglianza al vertice: $ax = by$. Sostituendo $y = \frac{a}{b}x$ nel vincolo si ottiene la soluzione chiusa.

Idea chiave

La condizione di tangenza vale per ottimi interni. Con soluzioni d’angolo bisogna confrontare direttamente l’utilità ai vertici consentiti.

3.11 Esercizi

Esercizio 3.1. Dato $M = 60$, $p_x = 10$, $p_y = 3$:

1. scrivi il vincolo di bilancio e trova intercette e pendenza;
2. determina se i panieri $(3, 10)$, $(2, 8)$ e $(5, 15)$ sono accessibili;
3. rappresenta graficamente l’insieme di bilancio.

Esercizio 3.2. Mostra graficamente e analiticamente l’effetto di un aumento del reddito da M a $1.5M$ a prezzi fissi. Cosa succede alle intercette e alla pendenza?

Esercizio 3.3. Per $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$, $p_x = 10$, $p_y = 5$, $M = 100$:

1. risolvi il problema con il metodo della sostituzione;
2. risolvi lo stesso problema con il metodo di Lagrange;
3. verifica che in entrambi i casi ottieni $x^* = 5$, $y^* = 10$.

Esercizio 3.4. Per $U(x, y) = 2x + 3y$, $p_x = 5$, $p_y = 4$, $M = 100$:

1. calcola MRS e p_x/p_y ;
2. stabilisci se la soluzione è interna o d’angolo;
3. trova il paniere ottimo.

Da sapere per l’esame

Alla fine della Settimana 2 devi saper:

1. scrivere e interpretare vincolo di bilancio, retta di bilancio e insieme di bilancio;
2. analizzare graficamente l’effetto di variazioni di reddito e prezzi;
3. formulare il problema di massimizzazione del consumatore;
4. usare metodo della sostituzione e Lagrange in casi semplici;
5. applicare la formula chiusa per funzioni Cobb–Douglas;
6. riconoscere quando la soluzione è interna o d’angolo.

Capitolo 4

La prossima settimana....

Appendice A

Matematica di base per la microeconomia

A.1 Derivate fondamentali

Funzione $f(x)$	Derivata $f'(x)$
c (costante)	0
x^n	nx^{n-1}
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$

Tabella A.1: Regole base di derivazione.

A.2 Derivate composte

Prodotto: $(fg)' = f'g + fg'$

Rapporto: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Catena: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Esempio: $f(x) = x^2 \ln x$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

A.3 Proprietà potenze e logaritmi

- $x^a x^b = x^{a+b}$
- $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
- $(x^a)^b = x^{ab}$
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
- $\ln a^b = b \ln a$

Esempio Cobb-Douglas: $U = x^{0.5}y^{0.5}$

$$MU_x = 0.5x^{-0.5}y^{0.5} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}$$

A.4 Prodotti notevoli

- $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
- $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

A.5 Massimi e minimi

CPO/FOC: $f'(x^*) = 0$

CSO/SOC: $f''(x^*) < 0$ (massimo), $f''(x^*) > 0$ (minimo)

Esempio: $\pi(q) = 120q - 2q^2 - 200$

$$\pi'(q) = 120 - 4q = 0 \Rightarrow q = 30$$

$$\pi''(q) = -4 < 0 \quad (\text{massimo})$$