

Microeconomia

Lezione 6: Tecnologia e Funzione di Produzione

Marco Rosso

Università di Bologna

A.A. 2025–2026

5 marzo 2026

Cosa sappiamo finora

- Scelta ottima del consumatore: preferenze + vincolo $\Rightarrow$ domanda
- Statica comparata: come cambia l'ottimo se cambiano prezzi/reddito
- Elasticità: misura % della reattività (utile per decisioni aziendali)

Prossimo passo

Passiamo alla **teoria del produttore**: input $\rightarrow$ output. La **tecnologia** è il vincolo (come il budget per il consumatore).

Obiettivi della lezione

Dopo questa lezione sarete in grado di:

1. Definire **insieme di produzione** e **funzione di produzione** $Q = f(L, K)$
2. Calcolare e interpretare **prodotto marginale** del lavoro MPL e del capitale MPK
3. Capire i **rendimenti marginali decrescenti** nel breve periodo (quando un input è fisso)
4. Collegare i concetti a scelte reali d'impresa (capacità, colli di bottiglia, investimenti)
5. Risolvere esercizi numerici base su MPL/MPK e variazioni discrete

Focus della lezione

Capire **perché** “assumere sempre più persone” non aumenta l'output in modo proporzionale se la capacità non cambia.

Tecnologia: definizione

La tecnologia descrive i **vincoli fisici/organizzativi** della trasformazione input $\rightarrow$ output.

Funzione di produzione

$$Q = f(L, K)$$

- L = lavoro (ore, addetti, team)
- K = capitale (macchine, impianti, software, capacità)
- Q = output (unità prodotte, servizi erogati)

Idea chiave

Come per il consumatore: **non puoi scegliere qualsiasi punto**, sei vincolato (qui dalla tecnologia).

Insieme di produzione (intuizione)

Insieme di produzione

È l'insieme di tutte le combinazioni (L, K, Q) **fattibili**.

Esempio (servizi): un call center ha L operatori e K postazioni/linee.

- se K è basso, anche molti operatori non aumentano molto le chiamate gestite;
- investire in K può “sbloccare” produttività del lavoro.

Messaggio manageriale

Output basso non significa “lavoratori scarsi”: può essere un **collo di bottiglia di capacità**.

Esempio numerico: tabella di produzione (discreta)

Output Q (unità/ora) al variare di L e K (numeri illustrativi):

	$K = 1$	$K = 2$	$K = 3$
$L = 1$	50	80	100
$L = 2$	80	120	150
$L = 3$	95	140	175
$L = 4$	105	150	185

Domanda

Se aumento L di 1 con K fisso, di quanto aumenta Q ?

Prodotto marginale del lavoro (MPL)

$$MPL(L, K) = \frac{\partial f(L, K)}{\partial L}$$

Interpretazione

Output aggiuntivo generato da **1 unità in più di lavoro**, mantenendo K fissato.

In pratica (tabella discreta):

$$MPL \approx f(L+1, K) - f(L, K)$$

Prodotto marginale del capitale (MPK)

$$MPK(L, K) = \frac{\partial f(L, K)}{\partial K}$$

Interpretazione

Output aggiuntivo generato da **1 unità in più di capitale**, mantenendo L fissato.

In pratica:

$$MPK \approx f(L, K+1) - f(L, K)$$

Esercizio

Usa la tabella precedente.

1. Calcola MPL con $K = 1$: da $L = 1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$.
2. Calcola MPK con $L = 3$: da $K = 1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$.
3. Quale input è “più scarso” (e quindi andrebbe aumentato) nel punto $(L, K) = (3, 1)$?

Soluzione

Con $K = 1$:

$$MPL_{1 \rightarrow 2} = 80 - 50 = 30$$

$$MPL_{2 \rightarrow 3} = 95 - 80 = 15$$

$$MPL_{3 \rightarrow 4} = 105 - 95 = 10$$

Con $L = 3$:

$$MPK_{1 \rightarrow 2} = 140 - 95 = 45$$

$$MPK_{2 \rightarrow 3} = 175 - 140 = 35$$

Interpretazione

In (3, 1) il capitale è relativamente più scarso: aggiungerlo aumenta molto l'output (MPK alto).

Breve periodo: almeno un input fisso

Breve periodo

Almeno un input è **fisso** (tipicamente K).

Con K fisso, è tipico osservare:

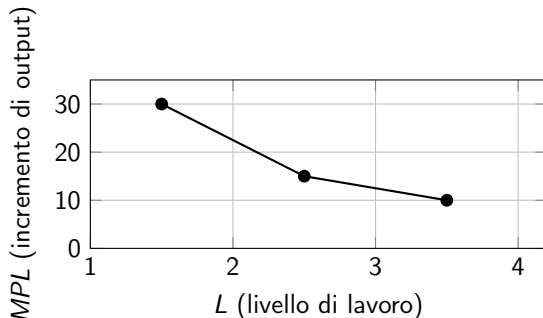
$MPL(L, K)$ decresce al crescere di L

- congestione/coordination costs
- colli di bottiglia (capacità)
- organizzazione non perfetta

Grafico: MPL decrescente (da tabella)

Ricaviamo MPL per $K = 1$ dalla tabella:

MPL : 30, 15, 10 (per L : $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4$)



Intuizione

All'inizio "riempi" capacità inutilizzata: poi la capacità diventa vincolo e la produttività marginale cala.

Due esempi concreti

1) Linea di assemblaggio

- K = numero postazioni/macchinari
- L = addetti sulla linea

Se aumenti L oltre le postazioni, gli addetti si intralciano: MPL scende.

2) Cucina di ristorante

- K = fornelli/forni/spazio
- L = cuochi/aiuto cuochi

Con cucina piccola, un cuoco in più aiuta poco:
collo di bottiglia = spazio/attrezzatura.

Messaggio

Se vuoi aumentare molto Q , spesso **non basta assumere**: devi aumentare capacità (K).

Perché parliamo anche di TP , AP , MP ?

Per capire bene le curve di costo nelle prossime lezioni.

- **TP (Total Product)**: Q prodotto totale
- **AP (Average Product)**: prodotto medio del lavoro $AP_L = \frac{Q}{L}$
- **MP (Marginal Product)**: prodotto marginale del lavoro MP_L

Collegamento chiave

Quando MP_L scende molto, produrre “un’unità in più” richiede molto lavoro $\Rightarrow$ **costo marginale cresce**.

Esempio: tabella TP , AP , MP (K fisso)

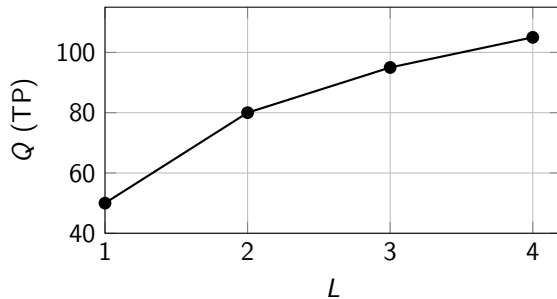
Supponiamo K fisso e osserviamo Q al variare di L :

L	1	2	3	4
Q (TP)	50	80	95	105
$AP = Q/L$	50	40	31.7	26.25
MP	–	30	15	10

Domanda

Come si muovono AP e MP quando L cresce?

Grafico schematico: TP cresce ma a ritmo decrescente



Intuizione

Q aumenta sempre, ma l'incremento (cioè MP) diminuisce: crescita "concava".

Regola utile: relazione tra MP e AP

Regola

- Se $MP > AP$ allora AP **sale**
- Se $MP < AP$ allora AP **scende**
- Se $MP = AP$ allora AP è al suo **massimo**

Analogia (molto utile)

È la stessa logica “**prossimo voto** vs **media**”.

Esercizi

Cosa vedremo:

1. MPL da tabella (rendimenti marginali)
2. MPK da tabella (collo di bottiglia)
3. Cobb–Douglas: MPL , MPK e interpretazione
4. Decisione manageriale: assumere vs investire

Esercizio — MPL da tabella (5 min)

Con $K = 1$, output (unità/ora):

L	1	2	3	4	5
Q	30	52	68	78	83

1. Calcola MPL discreto per ciascun passaggio.
2. Dove vedi rendimenti marginali decrescenti?

Soluzione

$$MPL_{1 \rightarrow 2} = 52 - 30 = 22$$

$$MPL_{2 \rightarrow 3} = 68 - 52 = 16$$

$$MPL_{3 \rightarrow 4} = 78 - 68 = 10$$

$$MPL_{4 \rightarrow 5} = 83 - 78 = 5$$

Interpretazione

Con K fisso, l'incremento di output per lavoratore scende: congestione/collo di bottiglia.

Esercizio — MPK e capacità

Con $L = 4$ fisso, output:

K	1	2	3	4
Q	78	110	130	140

1. Calcola MPK discreto.
2. In quale tratto K “rende di più”?

Soluzione

$$MPK_{1 \rightarrow 2} = 110 - 78 = 32$$

$$MPK_{2 \rightarrow 3} = 130 - 110 = 20$$

$$MPK_{3 \rightarrow 4} = 140 - 130 = 10$$

Interpretazione

La prima espansione di capacità “sblocca” output. Poi il vincolo diventa il lavoro/organizzazione.

Funzione Cobb–Douglas

Cobb–Douglas

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$MPL = \alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}, \quad MPK = \beta AL^{\alpha}K^{\beta-1}$$

Da ricordare

Con $\alpha < 1$ e K fisso, $L^{\alpha-1}$ diminuisce quando L cresce $\Rightarrow MPL$ tende a scendere.

Esercizio — Cobb–Douglas

Dato:

$$Q = L^{0.6} K^{0.4}$$

1. Calcola MPL e MPK .
2. Valuta MPL in $(L, K) = (10, 5)$.
3. Se L aumenta (con K fisso), cosa succede a MPL ? (1 riga)

Soluzione

$$MPL = 0.6L^{-0.4}K^{0.4}, \quad MPK = 0.4L^{0.6}K^{-0.6}$$

In (10, 5):

$$MPL = 0.6 \cdot 10^{-0.4} \cdot 5^{0.4}$$

Interpretazione

Con K fisso, $L^{-0.4}$ diminuisce quando L aumenta $\Rightarrow MPL$ tende a scendere (rendimenti marginali decrescenti).

Esercizio — Decisione manageriale

Un'impresa ha K fisso (capacità di impianto data) e osserva che MPL è molto basso. Vuole aumentare l'output del 10% nel breve periodo.

Domanda

È più plausibile farlo solo assumendo o anche investendo in capacità? Argomenta in 3 righe.

Soluzione

Se MPL è molto basso, 1 lavoratore in più aggiunge poco output: il vincolo è la capacità (K) o l'organizzazione.

Investire in K può rimuovere il collo di bottiglia e aumentare la produttività del lavoro (anche MPL).

Ricorda

Per aumenti significativi di Q , spesso serve un mix: **capacità + lavoro**, non solo lavoro.

Attenzione!

Nel modello di breve periodo K è fisso: si può intervenire solo su L . Quindi l'aumento del 10% è ottenibile *solo* aumentando L , ma se MPL è molto basso potrebbe richiedere un incremento di lavoro molto grande (e quindi non conveniente/realistico).

Riepilogo generale

- Tecnologia: $Q = f(L, K)$
- Prodotti marginali: MPL , MPK (incrementi di output)
- Breve periodo: input fisso $\Rightarrow$ rendimenti marginali decrescenti tipici
- Grafici: TP cresce ma con incremento decrescente; relazione MP vs AP

Prossima lezione

Isoquanti, MRTS e rendimenti di scala: come sostituire lavoro e capitale per produrre lo stesso Q .

Competenze acquisite

- ✓ Definire tecnologia e funzione di produzione
- ✓ Calcolare MPL e MPK (da tabella o da funzione)
- ✓ Riconoscere e spiegare rendimenti marginali decrescenti
- ✓ Collegare concetti a decisioni: capacità vs assunzioni

Esercizi facoltativi per casa

1. Con $Q = L^{0.5}K^{0.5}$ calcola MPL e MPK . Che succede a MPL se raddoppi L con K fisso?
2. Dalla tabella di produzione, calcola AP e verifica la regola MP vs AP .
3. Spiega perché nel breve periodo “assumere troppo” può ridurre efficienza (coordination costs).