

Microeconomia

Lezione 17: Rent-Seeking, Indice di Lerner e Discriminazione di Prezzo

Marco Rosso

Università di Bologna

A.A. 2025–2026

8 maggio 2026

Cosa sappiamo

Nella lezione precedente abbiamo costruito il modello base del monopolio:

- Il monopolista è price-maker e affronta la domanda di mercato decrescente
- $MR < P$ sempre: per vendere di più, deve abbassare il prezzo *su tutte le unità*
- Ottimo: $MR = MC$, da cui Q_m^* e $P_m^* = P(Q_m^*) > MC(Q_m^*)$
- Rispetto alla CP: Q minore, P maggiore, $\pi > 0$ anche nel LP
- Il monopolio crea $DWL = \frac{1}{2}(Q_{cp} - Q_m^*)(P_m^* - MC(Q_m^*))$

Oggi: tre domande sul potere di mercato

1. Il *rettangolo di rendita* del monopolista è davvero solo un trasferimento, o può diventare costo sociale? $\Rightarrow$ **rent-seeking**
2. Come si *misura* il potere di mercato? $\Rightarrow$ **indice di Lerner**
3. Può il monopolista catturare *ancora più* surplus dei consumatori? $\Rightarrow$ **discriminazione di prezzo**

Obiettivi della Lezione

1. **Distinguere** il monopolio come trasferimento dal monopolio con rent-seeking
2. **Analizzare** il modello di Tullock e capire perché la rendita può essere *interamente dissipata*
3. **Definire** l'indice di Lerner e **derivare** la relazione $L = 1/|\varepsilon_D|$
4. **Distinguere** le tre forme di discriminazione (Pigou: I, II, III grado) e le condizioni necessarie
5. **Analizzare** la discriminazione perfetta: catturare tutto il SC, eliminare il DWL
6. **Calcolare** l'ottimo con discriminazione di III grado: $MR_1 = MR_2 = MC$
7. **Riconoscere** le forme di discriminazione di II grado: tariffe a due parti, bundling, versioning
8. **Costruire** una tariffa a due parti con consumatori *omogenei* ed *eterogenei*
9. **Confrontare** il benessere nei diversi regimi di prezzo (tabella riassuntiva)
10. **Risolvere** esercizi numerici di discriminazione I grado e III grado

Recap: la Rendita di Monopolio è un *Trasferimento*?

Nel modello standard di L16, il rettangolo $\pi_m = (P_m^* - AC(Q_m^*)) \cdot Q_m^*$ è un **trasferimento** dai consumatori al monopolista: cambia chi possiede il surplus, ma non lo distrugge.

Conseguenza apparente: il costo sociale del monopolio è *solo* il triangolo *DWL* (l'area degli scambi mancati).

Questa visione è incompleta

La rendita π_m è un **premio** per cui qualcuno è disposto a competere. Se le imprese investono risorse *reali* (lobbying, contenziosi, pubblicità difensiva, ostacoli regolatori) per ottenere o mantenere la posizione di monopolio, quelle risorse vengono **sottratte agli usi produttivi**: il rettangolo π_m può trasformarsi (in tutto o in parte) in costo sociale.

Riferimenti seminali: Tullock (*Western Economic Journal*, 1967) e Krueger (*AER*, 1974). Krueger stimò che, in alcune economie in via di sviluppo, le rendite associate a licenze d'importazione superavano il 7% del PIL.

Cos'è la Ricerca della Rendita

Ricerca della rendita (rent-seeking)

Attività di investimento di risorse **socialmente improduttive** per ottenere, mantenere o estendere una posizione di vantaggio (monopolio, normativa favorevole, accesso esclusivo a una risorsa) che genera rendite economiche.

Esempi concreti:

- **Lobbying:** spese di influenza politica per ottenere licenze, brevetti estesi, dazi protettivi, sussidi
- **Cause legali strategiche:** contenziosi per escludere concorrenti (*patent thickets*, abusi di posizione dominante)
- **Pubblicità difensiva:** spese che non spostano la domanda complessiva ma proteggono quote di mercato
- **Contratti di esclusiva:** pagamenti a fornitori/distributori per impedire l'entrata di concorrenti
- **Cattura del regolatore:** investimenti per orientare la regolazione settoriale

Distinzione cruciale

Investire in *R&D* per ridurre il *MC* è *produttivo* (sposta la frontiera tecnologica). Investire in lobbying per ottenere un brevetto esteso è *improduttivo* (riduce la concorrenza). La differenza non è il costo per l'impresa, ma l'effetto sul benessere aggregato.

Il Modello di Tullock (1967)

Setup. n imprese identiche competono per una rendita V (valore atteso del profitto di monopolio). Ciascuna investe $x_i \geq 0$ in attività di rent-seeking. La probabilità di ottenere la rendita è proporzionale alla spesa:

$$p_i(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^n x_j}$$

Profitto atteso dell'impresa i :

$$\pi_i = \frac{x_i}{\sum_j x_j} \cdot V - x_i$$

Condizione del primo ordine (equilibrio simmetrico, $x_i = x$ per ogni i):

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = \frac{\sum_{j \neq i} x_j}{(\sum_j x_j)^2} \cdot V - 1 = 0$$

Imponendo simmetria $\sum_j x_j = nx$ e $\sum_{j \neq i} x_j = (n-1)x$:

$$\frac{(n-1)x}{(nx)^2} \cdot V = 1 \implies \boxed{x^* = \frac{n-1}{n^2} V}$$

Tullock: Quanto si Dissipa della Rendita?

Spesa aggregata in equilibrio:

$$X^* = n \cdot x^* = \frac{n-1}{n} V$$

Frazione dissipata della rendita:

n	x^*/V	X^*/V	Dissipazione
2	0,25	0,50	50%
3	0,22	0,67	66,7%
5	0,16	0,80	80%
10	0,09	0,90	90%
$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 100\%$

Risultato chiave

Con n grande la rendita è **quasi interamente dissipata**: il rettangolo π_m si trasforma in costo reale per la società. Tullock e Krueger generalizzano: nel limite competitivo, l'intera rendita di monopolio è un costo aggiuntivo.

Caveat. Il risultato dipende dalla *contest success function* e dalla simmetria. Con avversione al rischio o asimmetrie, la dissipazione è generalmente *minore* di V .

Implicazioni di Benessere: il DWL Effettivo

Senza rent-seeking (modello L16):

$$DWL_{\text{base}} = \frac{1}{2}(Q_{cp} - Q_m^*)(P_m^* - MC) \quad [\text{triangolo di Harberger}]$$

Con rent-seeking che dissipa una frazione $\delta \in [0, 1]$ della rendita:

$$DWL_{\text{eff}} = \underbrace{\frac{1}{2}(Q_{cp} - Q_m^*)(P_m^* - MC)}_{\text{triangolo}} + \underbrace{\delta \cdot \pi_m}_{\text{rendita dissipata}}$$

Esempio numerico (collegamento a L16, $P = 70 - Q$, $C = Q^2 + 10Q + 50$): $DWL_{\text{base}} = 37,5$, $\pi_m = 400$. Se $\delta = 0,9$ (10 imprese in competizione):

$$DWL_{\text{eff}} = 37,5 + 0,9 \cdot 400 = 397,5$$

Il costo sociale effettivo è oltre **10 volte** il triangolo standard.

Lezione di policy

Il triangolo di Harberger sottostima fortemente il costo sociale del monopolio quando esiste competizione per la rendita. Le politiche antitrust e di trasparenza (lobbying registers, scrutinio dei brevetti) hanno valore non solo per il triangolo, ma soprattutto per evitare la dissipazione della rendita.

Rent-Seeking: Evidenza Empirica e Politiche

Dimensione del fenomeno (stime indicative):

- Spesa annua di lobbying federale negli USA: ~\$4 mld/anno (*OpenSecrets*, 2024); EU lobbying register ~€ 1,8 mld/anno
- Stime di rent-seeking aggregato: 3–10% del PIL nelle economie avanzate (rassegna in Murphy-Shleifer-Vishny, *QJE* 1993)
- Krueger (1974): 7–15% del PIL in India e Turchia anni '60–'70

Tipologie di policy contro il rent-seeking:

- Trasparenza (registri lobbisti, dichiarazioni di conflitti di interesse)
- Limiti alla durata dei brevetti e revisione delle posizioni dominanti (DG Comp UE, FTC USA)
- Riduzione delle barriere normative all'entrata (*red tape*, semplificazione amministrativa)
- Concorrenza per il mercato (aste competitive per concessioni: frequenze, autostrade, lotterie)

Caso di studio: aste delle frequenze 3G/4G

Le aste per le licenze di telefonia mobile (UMTS in UE 2000, ~€ 100 mld) hanno trasferito gran parte della rendita di monopolio al settore pubblico, riducendo la dissipazione. Sostituendo lobbying con un meccanismo competitivo trasparente, lo Stato cattura la rendita invece di vederla dissipata.

Misurare il Potere di Mercato: l'Indice di Lerner

Indice di Lerner (1934)

L'indice di Lerner misura il divario tra prezzo e costo marginale come frazione del prezzo:

$$L = \frac{P - MC}{P} \in [0, 1]$$

Interpretazione:

- $L = 0$: nessun potere di mercato (concorrenza perfetta: $P = MC$)
- $L = 1$: potere di mercato massimo ($MC = 0$, es. informazione digitale)
- $L = 0,5$: il monopolista applica un markup del 50% del prezzo finale

Relazione con l'elasticità (derivata nella prossima slide)

All'ottimo del monopolista vale $L = 1/|\varepsilon_D|$: *più la domanda è anelastica, più alto è il markup*. Il monopolista sfrutta l'inelasticità della domanda per fare margine sopra il costo marginale.

Derivazione di $L = 1/|\varepsilon_D|$

All'ottimo del monopolista $MR = MC$. Sostituendo la formula $MR = P(1 - 1/|\varepsilon_D|)$ derivata in L16:

$$P \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right) = MC$$

$$P - \frac{P}{|\varepsilon_D|} = MC \implies P - MC = \frac{P}{|\varepsilon_D|}$$

$$\boxed{L = \frac{P - MC}{P} = \frac{1}{|\varepsilon_D|}}$$

Conseguenze

- $|\varepsilon_D|$ alto (domanda elastica) $\Rightarrow L$ basso: il monopolista non può applicare un markup elevato senza perdere troppi clienti
- $|\varepsilon_D|$ basso (domanda anelastica) $\Rightarrow L$ alto: markup elevato
- Limite della concorrenza perfetta: $|\varepsilon_D| \rightarrow \infty$, quindi $L \rightarrow 0$ e $P \rightarrow MC$
- Il monopolista non produce mai dove $|\varepsilon_D| < 1$ (richiederebbe $L > 1$, impossibile)

Indice di Lerner: Verifica e Applicazioni

Verifica sull'esempio della L16 ($P = 70 - Q$, $C(Q) = Q^2 + 10Q + 50$, $Q_m^* = 15$, $P_m^* = 55$):

$$MC(15) = 2(15) + 10 = 40, \quad L = \frac{55 - 40}{55} = \frac{15}{55} \approx 0,273$$

Il monopolista applica un markup del 27,3%. Verifica con $|\varepsilon_D|$ a $Q = 15$, $P = 55$:

$$\varepsilon_D = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -1 \cdot \frac{55}{15} = -\frac{11}{3} \Rightarrow \frac{1}{|\varepsilon_D|} = \frac{3}{11} \approx 0,273 \checkmark$$

Applicazioni settoriali (valori indicativi):

Settore	$ \varepsilon_D $ stimata	Indice di Lerner L
Farmaci con brevetto	1,1–1,5	0,67–0,91
Servizi cloud (AWS, Azure)	1,5–2,0	0,50–0,67
Supermercati (grocery)	3–5	0,20–0,33

Uso regolatorio

Le autorità antitrust (FTC, AGCM, DG Comp) usano indici simili al Lerner per valutare se un'impresa ha potere di mercato abusivo. Un L alto è un *segnale* (non una prova) di posizione dominante.

Cos'è la Discriminazione di Prezzo

Discriminazione di prezzo

Si ha **discriminazione di prezzo** quando un'impresa vende la stessa unità (o unità simili) a prezzi diversi a consumatori diversi (o per quantità diverse), *non giustificati da differenze di costo*.

Perché il monopolista vuole discriminare? Il monopolio standard (prezzo unico) lascia un $SC > 0$: i consumatori con WTP alta pagano lo stesso prezzo di quelli con WTP bassa. Il monopolista vorrebbe catturare anche quel surplus.

Condizioni necessarie:

1. **Potere di mercato** (price-maker): in CP nessuna discriminazione è possibile
2. **Informazione** sui tipi/WTP dei consumatori (osservabile o inferibile)
3. **Impossibilità di arbitraggio** fra gruppi (nessuna rivendita da chi paga poco a chi paga molto)

Tre gradi di discriminazione (Pigou, 1920):

- **I grado** (perfetta): prezzo = WTP unitaria di ogni consumatore
- **II grado**: prezzi non lineari (sconti per quantità, tariffe a due parti, bundling)
- **III grado**: prezzi diversi per gruppi identificabili (studenti, business, paesi, ...)

Discriminazione di I Grado (Perfetta)

Discriminazione di I grado

Il monopolista conosce la WTP di ogni consumatore per ogni unità e addebita esattamente quella. Ogni consumatore paga il **prezzo massimo** che è disposto a pagare per ciascuna unità.

Effetti:

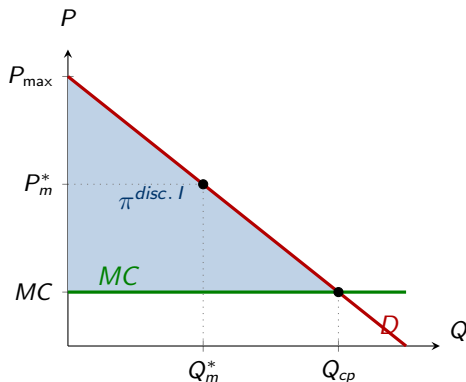
- Il monopolista cattura **tutto** il surplus dei consumatori: $SC = 0$
- La quantità prodotta è Q_{cp} (stessa della concorrenza perfetta): **nessun DWL**
- Il profitto del monopolista è massimo (limite superiore di tutte le strategie di discriminazione)
- Equivalentemente: il monopolista produce fino a $P(Q) = MC(Q)$, perché ogni unità extra in cui $WTP > MC$ viene scambiata

È efficiente? Sì in senso paretiano (nessuno scambio mancato), ma estremamente **iniquo**: i consumatori non ottengono nessun beneficio dallo scambio, tutto il surplus va al monopolista.

Esempi (approssimativi)

- **Contrattazione individuale**: mercante che tratta il prezzo con ogni cliente
- **Aste al primo prezzo**: il vincitore paga il proprio valore di riserva (o quasi)
- **Prezzi personalizzati online**: piattaforme che mostrano prezzi diversi in base al profilo

Discriminazione di I Grado: Grafico



Logica del grafico ($P = 100 - Q$, $MC = 20$):

- Il monopolista vende ogni unità al prezzo della curva di domanda
- Si ferma a $Q_{cp} = 80$ dove $P = MC$
- L'area $\pi^{disc. I}$ (triangolo $D-MC$) è *tutto* il profitto

Confronto con prezzo unico:

- Mon. uniforme: $\pi_m = 1600$, $SC = 800$, $DWL = 800$
- Discr. I grado: $\pi = 3200$, $SC = 0$, $DWL = 0$

Interpretazione. Il monopolista cattura sia il triangolo SC del modello uniforme, sia il triangolo DWL . Nessuno scambio mancato.

Discriminazione di III Grado: Logica

Discriminazione di III grado

Il monopolista divide i consumatori in **gruppi identificabili** (per età, professione, nazionalità, canale di acquisto, momento dell'acquisto) e fissa un prezzo diverso per ciascun gruppo.

Esempi reali:

- Biglietti cinema/musei: prezzo ridotto per studenti e anziani
- Tariffe aeree: business class vs economy
- Software: licenza accademica vs commerciale
- Farmaci: prezzi diversi tra paesi sviluppati e in via di sviluppo

Ottimo del monopolista discriminante

Con n mercati separati e costo marginale comune MC :

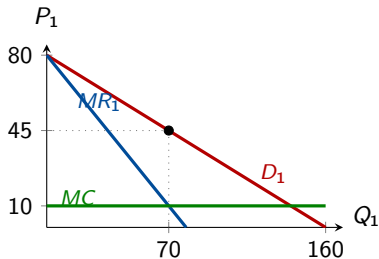
$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = \dots = MR_n(Q_n) = MC$$

Il monopolista produce di più nel mercato con domanda più elastica (prezzo più basso) e di meno in quello meno elastico (prezzo più alto). Dalla formula di Lerner: $L_i = 1/|\varepsilon_{D,i}|$.

Intuizione. Nel mercato meno elastico, ridurre P costa caro in revenue persa sulle unità già vendute: conviene tenere il prezzo alto.

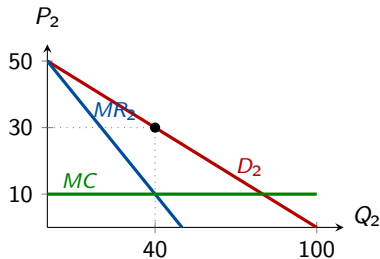
Discriminazione di III Grado: Grafico

Mercato 1 (meno elastico)



$$P_1 = 80 - Q_1/2, MR_1 = 80 - Q_1$$
$$Q_1^* = 70, P_1^* = 45, L_1 = 35/45 \approx 0,78$$

Mercato 2 (più elastico)



$$P_2 = 50 - Q_2/2, MR_2 = 50 - Q_2$$
$$Q_2^* = 40, P_2^* = 30, L_2 = 20/30 \approx 0,67$$

Discriminazione di III Grado: Esempio Numerico

Riprendiamo il setup della slide precedente: $MC = 10$, due mercati con domande

$$P_1 = 80 - Q_1/2 \Rightarrow MR_1 = 80 - Q_1, \quad P_2 = 50 - Q_2/2 \Rightarrow MR_2 = 50 - Q_2$$

Ottimo separato. $MR_1 = MC$:

$$80 - Q_1 = 10 \Rightarrow Q_1^* = 70, \quad P_1^* = 80 - 35 = 45$$

$MR_2 = MC$:

$$50 - Q_2 = 10 \Rightarrow Q_2^* = 40, \quad P_2^* = 50 - 20 = 30$$

Coerenza con Lerner. $L_1 = 35/45 \approx 0,78$, $L_2 = 20/30 \approx 0,67$. Calcolo elasticità: $|\varepsilon_1| = 2 \cdot 45/70 \approx 1,29 \rightarrow 1/|\varepsilon_1| = 0,78 \checkmark$; $|\varepsilon_2| = 2 \cdot 30/40 = 1,5 \rightarrow 1/|\varepsilon_2| = 0,67 \checkmark$.

Profitto totale (con costi fissi $FC = 200$):

$$\pi_1 = 35 \cdot 70 = 2.450, \quad \pi_2 = 20 \cdot 40 = 800, \quad \pi_{\text{tot}} = 2.450 + 800 - 200 = 3.050$$

Interpretazione

Senza discriminazione, il monopolista applicherebbe un unico prezzo a tutti i consumatori, sacrificando la possibilità di estrarre più surplus dal gruppo a domanda anelastica. La discriminazione **aumenta sempre il profitto** (debolmente) rispetto al prezzo unico.

Discriminazione di II Grado (Prezzi non Lineari)

Discriminazione di II grado

Il prezzo per unità dipende dalla **quantità acquistata** dallo stesso consumatore. Non richiede di identificare i tipi a priori: è il consumatore che si auto-seleziona scegliendo dal “menù” offerto.

Forme principali:

- **Sconti quantità:** le prime k unità costano p_1 , le successive $p_2 < p_1$ (es. tariffe telefoniche con soglie, sconti volume B2B)
- **Tariffe a due parti:** quota fissa F (lump-sum) + prezzo per unità p (es. Costco: quota associativa + prezzi al dettaglio; abbonamento + consumo)
- **Bundling:** vendita di pacchetti di prodotti (es. Office 365, abbonamento Netflix, menù fast-food)
- **Versioning:** stessa base, versioni a prezzi diversi (Word Standard vs Professional, classi di servizio aeree, edizioni hardcover/paperback)

Logica unitaria

In tutte queste forme, il monopolista *induce* i consumatori a rivelare la propria WTP attraverso le scelte. Il vincolo non è l'informazione (come in I grado), ma il comportamento ottimo di ciascun tipo: ogni consumatore deve preferire l'opzione *a lui* destinata (*vincolo di compatibilità degli incentivi*, IC).

Tariffa a Due Parti: Consumatori Omogenei

Setup. N consumatori *identici*, ciascuno con domanda individuale $q(p)$. Il monopolista propone una tariffa (F, p) : ingresso F + prezzo unitario p .

Vincolo di partecipazione (PC). Il consumatore acquista solo se $SC(p) \geq F$, dove $SC(p) = \int_0^{q(p)} (P_D(q) - p) dq$ è il surplus al prezzo p .

Profitto del monopolista (su N consumatori):

$$\pi(F, p) = N \cdot F + N \cdot (p - MC) \cdot q(p)$$

Il monopolista massimizza ponendo $F = SC(p)$ (PC vincolante: estrazione massima):

$$\pi(p) = N \cdot SC(p) + N \cdot (p - MC) \cdot q(p)$$

Risultato chiave

Derivando rispetto a p e usando $dSC/dp = -q(p)$:

$$\frac{d\pi}{dp} = N \cdot [-q(p) + q(p) + (p - MC) q'(p)] = N(p - MC) q'(p) = 0$$

Poiché $q'(p) < 0$, l'unica soluzione è $p^* = MC$. Si fissa $F^* = SC(MC)$ e si cattura tutto il surplus.

Equivalente alla discriminazione di I grado.

Tariffa a Due Parti: Consumatori Eterogenei (1/2)

Setup (Oi 1971). Due tipi di consumatori, in ugual numero. Per semplicità $MC = 0$:

Tipo H (alta WTP): $q_H = 20 - p$, Tipo L (bassa WTP): $q_L = 12 - p$

Il monopolista deve proporre *una sola* tariffa (F, p) a entrambi (non può discriminare per tipo, altrimenti sarebbe III grado).

Trade-off. Per servire entrambi, $F \leq SC_L(p)$ (vincolo di partecipazione di L, più restrittivo). Quindi:

$$F = SC_L(p) = \frac{1}{2}(12 - p)^2$$

Caso 1: servire entrambi i tipi. Profitto su una coppia di consumatori (1 H + 1 L):

$$\pi(p) = 2F + p \cdot (q_H + q_L) = (12 - p)^2 + p \cdot (32 - 2p) = 144 + 8p - p^2$$

$$\frac{d\pi}{dp} = 8 - 2p = 0 \implies p^* = 4, \quad F^* = \frac{1}{2}(12 - 4)^2 = 32$$

$$q_H^* = 16, \quad q_L^* = 8, \quad \pi_{\text{both}}^* = 144 + 32 - 16 = 160$$

Tariffa a Due Parti: Consumatori Eterogenei (2/2)

Caso 2: escludere il tipo L, servire solo H. Il monopolista applica la formula del caso omogeneo al solo tipo H:
 $p = MC = 0$, $F = SC_H(0) = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 = 200$.

Profitto sulla coppia (con L escluso):

$$\pi_{\text{only H}}^* = 200 + 0 = 200$$

Confronto: $200 > 160$. **Convienne escludere il tipo L.**

Insight contro-intuitivo (Oi, 1971)

Quando i tipi sono molto eterogenei, il monopolista preferisce *rinunciare* al tipo low e estrarre tutto il surplus dei tipi high (che è più alto). Servire entrambi richiede di tenere F basso, perdendo molto sui tipi high.

Quando conviene servire entrambi? La scelta dipende dalla *calibrazione*:

- Se i tipi sono *simili*, conviene servire entrambi (perdita su H ridotta)
- Se i tipi sono *molto diversi*, conviene escludere L
- In pratica: parchi divertimento, gym, club applicano *menù* di tariffe (es. family vs single) per approssimare la III grado

Bundling: Vendere Beni in Pacchetti

Bundling

Il monopolista vende due (o più) beni esclusivamente *insieme*, a un prezzo di pacchetto p_{AB} . **Pure bundling:** solo il pacchetto. **Mixed bundling:** pacchetto e singoli beni offerti contemporaneamente.

Quando è profittevole? (Adams & Yellen, *QJE* 1976) Quando le valutazioni dei consumatori per i due beni sono **negativamente correlate**: il bundling *omogeneizza* la WTP totale, riducendo la dispersione e permettendo di estrarre più surplus.

Esempio numerico. 2 beni A, B ; 2 consumatori; $MC = 0$ per entrambi. WTP:

	WTP per A	WTP per B	WTP per $A + B$
Consumatore 1	10	4	14
Consumatore 2	4	10	14

Pricing separato. Per A : a $p_A = 10$ vendo solo a 1 $\rightarrow$ ricavo 10; a $p_A = 4$ vendo a entrambi $\rightarrow$ ricavo 8. Conviene $p_A = 10$. Simmetrico per B . **Profitto totale separato** $= 10 + 10 = 20$.

Pure bundling. Entrambi valutano $A + B$ esattamente 14. Pongo $p_{AB} = 14$: entrambi acquistano. **Profitto totale** $= 14 \times 2 = 28$.

$\Rightarrow$ Il bundling aumenta il profitto del 40% (+8).

Bundling: Perché Funziona

Logica statistica. Le WTP individuali per A e B sono *negativamente correlate*: chi valuta di più A valuta di meno B e viceversa. Il bundling riduce la varianza della WTP aggregata.

Nel nostro esempio: $\text{Var}(WTP_A) = \text{Var}(WTP_B) = 9$, ma $\text{Var}(WTP_{A+B}) = 0$. La WTP per il bundle è *identica* per entrambi: il monopolista può fissare $p_{AB} = 14$ e estrarre tutto.

Mixed bundling. Nei casi più realistici (correlazione non perfettamente negativa), conviene offrire *contemporaneamente* pacchetto e singoli beni a prezzi differenziati. Il consumatore si auto-seleziona:

- Chi valuta entrambi i beni in modo equilibrato $\rightarrow$ bundle
- Chi valuta molto A e poco B (o viceversa) $\rightarrow$ singolo bene

Esempi reali

- **Microsoft Office:** pacchetto Word+Excel+PowerPoint a $\sim \$70/\text{anno}$; singoli prodotti non venduti separatamente (pure bundling)
- **Cinema multisala:** abbonamento mensile illimitato vs. singolo biglietto (mixed)
- **Menù fast-food:** hamburger+patatine+bevanda a prezzo inferiore alla somma (mixed)
- **Pay-TV:** pacchetto canali sport+cinema vs. singoli canali a la carte

Tabella Welfare: Confronto fra Regimi

Ordinamento qualitativo dei regimi rispetto a SC , SP , BW e DWL .

Regime	Q	SC	$SP (\pi)$	BW	DWL
Concorrenza perfetta	Q_{cp}	alto	~ 0	massimo	0
Monopolio prezzo unico	$Q_m < Q_{cp}$	ridotto	positivo	ridotto	> 0
Discr. III grado	$Q_m \leq Q_{III} < Q_{cp}$	ridotto	$> \text{mon. unif.}$	$> \text{mon. unif.}$	$< \text{mon. unif.}$
Tar. due parti (omog.)	Q_{cp}	≈ 0	$\approx BW_{cp}$	massimo	0
Discr. I grado (perfetta)	Q_{cp}	0	BW_{cp}	massimo	0
Mon. + rent-seeking ($\delta=1$)	Q_m	ridotto	0 (diss.)	molto ridotto	triang. + rendita

Lecture

- **Efficienza:** I grado, tar. due parti omog. e CP sono tutti efficienti ($DWL = 0$). Si distinguono per la *distribuzione* del surplus.
- **Equità:** CP massimizza il SC, I grado lo annulla. Le altre forme stanno in mezzo.
- **Rent-seeking:** caso peggiore, distrugge sia il triangolo sia la rendita.

Tabella Welfare: Esempio Numerico ($P = 100 - Q$, $MC = 20$)

Regime	Q	P	SC	SP	BW	DWL
Concorrenza perfetta	80	20	3.200	0	3.200	0
Monopolio prezzo unico	40	60	800	1.600	2.400	800
Discr. I grado	80	$\in [20, 100]$	0	3.200	3.200	0
Tariffa due parti omogenei	80	$p = 20, F = SC$	≈ 0	≈ 3.200	3.200	0
Mon. + rent-seeking ($\delta = 1$)	40	60	800	0	800	2.400

Calcoli chiave: CP $\rightarrow P=MC=20$, $Q=80$, $SC=\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 80 = 3.200$. Mon. unif. $\rightarrow MR=100-2Q=20$, $Q=40$, $P=60$, $SC=\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 40 = 800$, $SP=40 \cdot 40=1.600$, $DWL=800$. Discr. I grado $\rightarrow Q=80$, $\pi = \int_0^{80} (80-Q) dQ = 3.200$. Mon. + rent-seeking ($\delta=1$) $\rightarrow \pi_m=1.600$ dissipato, $DWL_{\text{eff}} = 800 + 1.600 = 2.400$.

Confronto cruciale

Discriminazione di I grado e tariffa a due parti omogenei *eliminano* il DWL ma azzerano il SC. Il rent-seeking trasforma una distorsione moderata ($DWL=800$) in uno spreco grave ($DWL_{\text{eff}}=2.400$).

Esercizio 1 — Discriminazione di III Grado

Un monopolista serve due mercati separati. Il costo totale è $C(Q_A + Q_B) = 8(Q_A + Q_B) + 100$.

- Mercato A (privati): $P_A = 60 - Q_A$
- Mercato B (imprese): $P_B = 40 - Q_B/2$

- Scrivere MR_A , MR_B e MC .
- Trovare le quantità ottimali Q_A^* , Q_B^* e i prezzi P_A^* , P_B^* .
- In quale mercato il prezzo è più alto? Verificare la coerenza con la regola di Lerner.
- Calcolare il profitto totale.

Esercizio 1 — Soluzione (a) e (b)

- (a)** Domanda inversa A : $P_A = 60 - Q_A \Rightarrow TR_A = 60Q_A - Q_A^2 \Rightarrow MR_A = 60 - 2Q_A$.
Domanda inversa B : $P_B = 40 - Q_B/2 \Rightarrow TR_B = 40Q_B - Q_B^2/2 \Rightarrow MR_B = 40 - Q_B$.
Costo marginale: $MC = 8$.

- (b)** $MR_A = MC$:

$$60 - 2Q_A = 8 \implies Q_A^* = 26, \quad P_A^* = 60 - 26 = 34$$

- $MR_B = MC$:

$$40 - Q_B = 8 \implies Q_B^* = 32, \quad P_B^* = 40 - 16 = 24$$

Esercizio 1 — Soluzione (c) e (d)

(c) $P_A^* = 34 > P_B^* = 24$: i privati pagano di più.

Verifica con la regola di Lerner. Calcoliamo $|\varepsilon_D|$ all'ottimo:

$$|\varepsilon_{D,A}| = \frac{dQ_A}{dP_A} \cdot \frac{P_A}{Q_A} = 1 \cdot \frac{34}{26} \approx 1,31$$

$$|\varepsilon_{D,B}| = 2 \cdot \frac{24}{32} = 1,5$$

La domanda è meno elastica nel mercato A ($1,31 < 1,5$): il prezzo di equilibrio è più alto in A ✓.

Indice di Lerner: $L_A = (34 - 8)/34 \approx 0,76$ e $L_B = (24 - 8)/24 \approx 0,67$. Coerentemente, $L_A > L_B$.

(d) Profitto totale:

$$\pi_A = 26 \cdot 26 = 676, \quad \pi_B = 16 \cdot 32 = 512, \quad \pi_{\text{tot}} = 676 + 512 - 100 = 1.088$$

Esercizio 2 — Tariffa a Due Parti (Omogenei)

Un parco divertimenti ha N visitatori *identici*. Ciascuno ha domanda individuale $q = 20 - p$ per le giostre, dove p è il prezzo per giostra. Il costo marginale di una giostra è $MC = 4$.

La direzione introduce una *tariffa a due parti*: ingresso al parco a prezzo F (lump-sum) + prezzo p per ciascuna giostra.

- (a) Quale prezzo unitario p^* massimizza il profitto (e perché)?
- (b) Calcolare il SC di ciascun consumatore al prezzo p^* . Quanto può chiedere il parco come ingresso F^* senza far disertare i visitatori?
- (c) Profitto per visitatore con tariffa a due parti vs. prezzo unico di monopolio: confrontare.

Esercizio 2 — Soluzione

(a) Con consumatori identici, conviene fissare $p^* = MC = 4$: ogni unità in cui $WTP > MC$ viene scambiata, $DWL = 0$. A $p^* = 4$: $q^* = 20 - 4 = 16$ giostre per visitatore.

(b) Il SC del singolo consumatore al prezzo $p^* = 4$:

$$SC = \frac{1}{2} \cdot q^* \cdot (p_{\max} - p^*) = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (20 - 4) = 128$$

Il parco può chiedere $F^* = 128$ come ingresso: il consumatore è indifferente tra entrare (ricava $SC = 128$, paga $F = 128$, surplus netto 0) e non entrare. In pratica si fissa F^* leggermente sotto 128 per garantire la partecipazione.

(c) Profitto per visitatore con tariffa a due parti: $\pi = F + (p^* - MC) \cdot q^* = 128 + 0 = 128$.

Confronto con prezzo unico di monopolio. $MR = 20 - 2q = MC = 4 \Rightarrow q_m^* = 8, p_m^* = 12,$
 $\pi_m = (12 - 4) \cdot 8 = 64$.

La tariffa a due parti *raddoppia* il profitto e *elimina* il DWL. Cattura tutto il SC senza distorcere la quantità: efficienza paretiana e massimo profitto.

Esercizio 3 — Discriminazione di I Grado

Un monopolista ha domanda di mercato $P = 80 - Q$ e funzione di costo $C(Q) = 8Q$ (quindi $MC = 8$, $FC = 0$).

- (a) Calcolare prezzo, quantità e profitto di monopolio con *prezzo unico*. Calcolare SC_m e DWL_m .
- (b) Supporre ora che il monopolista possa praticare *discriminazione di I grado*. Trovare la quantità prodotta Q^{disc} e il profitto π^{disc} . (Suggerimento: π^{disc} è l'area *triangolare* compresa tra la curva di domanda e la linea MC , da 0 a Q^{disc} .)
- (c) Verificare che $\pi^{disc} - \pi_m = SC_m + DWL_m$ del caso (a). Interpretare.

Esercizio 3 — Soluzione (a)

(a) **Prezzo unico di monopolio.** $MR = 80 - 2Q = MC = 8$:

$$Q_m^* = \frac{80 - 8}{2} = 36, \quad P_m^* = 80 - 36 = 44$$

$$\pi_m = (P_m^* - MC) \cdot Q_m^* = (44 - 8) \cdot 36 = 36 \cdot 36 = 1.296$$

Surplus del consumatore.

$$SC_m = \frac{1}{2} \cdot Q_m^* \cdot (P_{\max} - P_m^*) = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot (80 - 44) = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 36 = 648$$

DWL. In CP $P = MC = 8 \Rightarrow Q_{cp} = 72$. Quindi:

$$DWL_m = \frac{1}{2} (Q_{cp} - Q_m^*) (P_m^* - MC) = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 36 = 648$$

(In questo esempio simmetrico, $SC_m = DWL_m$. È un caso particolare della domanda lineare con P_m^* a metà tra $P_{\max}$ e MC .)

Esercizio 3 — Soluzione (b) e (c)

(b) Discriminazione di I grado. Il monopolista vende ogni unità al prezzo della curva di domanda finché $P_D(Q) \geq MC$, quindi fino a $Q^{disc} = Q_{cp} = 72$.

Il profitto è l'**area del triangolo** tra la curva di domanda e la linea MC , dalla quantità 0 a Q^{disc} :

$$\pi^{disc} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot Q^{disc}}_{\text{base}} \cdot \underbrace{(P_{\max} - MC)}_{\text{altezza}} = \frac{1}{2} \cdot 72 \cdot (80 - 8) = \frac{1}{2} \cdot 72 \cdot 72 = 2.592$$

(c) Verifica. $\pi^{disc} - \pi_m = 2.592 - 1.296 = 1.296$, e $SC_m + DWL_m = 648 + 648 = 1.296 \checkmark$.

Interpretazione

La discriminazione di I grado permette al monopolista di catturare *esattamente*:

- il surplus dei consumatori del modello uniforme ($SC_m = 648$), trasferendolo a sé;
- l'area degli scambi che il monopolio uniforme *non* realizzava ($DWL_m = 648$), che ora vengono realizzati.

Il monopolista che discrimina perfettamente non lascia surplus ai consumatori e non spreca scambi mutuamente vantaggiosi.

Riepilogo generale (1/2)

Costi sociali del monopolio rivisti

- La rendita π_m può non essere un mero trasferimento: se le imprese competono per ottenerla, viene dissipata (rent-seeking)
- Modello Tullock: $X^* = \frac{n-1}{n} V$, dissipazione $\rightarrow V$ con n grande
- $DWL_{\text{eff}} = \text{triangolo di Harberger} + \delta \cdot \pi_m$: il costo sociale può essere molto maggiore del solo triangolo

Indice di Lerner

- $L = (P - MC)/P \in [0, 1]$: misura il markup relativo
- All'ottimo del monopolista: $L = 1/|\varepsilon_D|$
- Più la domanda è anelastica, più il monopolista alza il prezzo

Discriminazione di I grado (perfetta)

- Prezzo diverso per ogni unità di ogni consumatore (= alla WTP)
- Monopolista cattura tutto il SC; $Q = Q_{cp}$, quindi $DWL = 0$
- Massima efficienza, massima iniquità

Riepilogo generale (2/2)

Discriminazione di III grado (gruppi)

- Prezzo diverso per gruppi identificabili (studenti, business, paesi, ...)
- Ottimo: $MR_i = MC$ per ogni mercato i
- Prezzo più alto dove $|\varepsilon_D|$ è più basso (formula di Lerner per mercato)

Discriminazione di II grado (prezzi non lineari)

- Sconti quantità, tariffe a due parti, bundling, versioning
- Tariffa due parti omogenei: $p^* = MC$, $F^* = SC$ (equivalente a I grado)
- Tariffa due parti eterogenei: trade-off escludere low vs. servire entrambi (Oi 1971)
- Bundling: efficace quando le WTP sono negativamente correlate (Adams-Yellen 1976)

Condizioni necessarie per discriminare

- Potere di mercato (price-maker)
- Informazione sui tipi/WTP dei consumatori (per I e III grado)
- Assenza di arbitraggio tra gruppi (rivendita impossibile)

Competenze acquisite

- ✓ Distinguere il monopolio come trasferimento dal monopolio con rent-seeking
- ✓ Risolvere il modello di Tullock e calcolare la frazione di rendita dissipata
- ✓ Calcolare l'indice di Lerner $L = (P - MC)/P$ e collegarlo all'elasticità della domanda
- ✓ Distinguere i tre gradi di discriminazione (Pigou: I, II, III) e le loro condizioni
- ✓ Spiegare perché la discriminazione di I grado annulla il DWL ma azzerava il SC
- ✓ Risolvere un problema di discriminazione di III grado tramite $MR_1 = MR_2 = MC$
- ✓ Costruire una tariffa a due parti ottimale (consumatori omogenei ed eterogenei)
- ✓ Riconoscere quando il bundling è profittevole (correlazione negativa delle WTP)
- ✓ Confrontare il benessere nei diversi regimi di prezzo (CP, monopolio, I/II/III grado, rent-seeking)
- ✓ Riconoscere applicazioni reali (cinema, voli, supermercati, software, lobbying, brevetti)

Esercizi facoltativi per casa

1. Monopolista con $P = 100 - 2Q$ e $MC = 20$. Calcolare Q_m^* , P_m^* , l'indice di Lerner e verificarlo con $1/|\varepsilon_D|$.
2. *Discriminazione III grado*. Un'università fissa rette diverse per studenti italiani e stranieri. Domanda italiani: $P_I = 6.000 - 2Q_I$. Domanda stranieri: $P_S = 10.000 - 4Q_S$. Costo marginale per studente: $MC = 1.000$. Trovare rette e numero di iscritti ottimali per i due gruppi.
3. *Discriminazione I grado*. Domanda di mercato $Q = 60 - P$, $MC = 10$. (a) Calcolare π_m con prezzo unico. (b) Calcolare π^{disc} con discriminazione di I grado. (c) Verificare che $\pi^{disc} - \pi_m = SC_m + DWL_m$.
4. *Tariffa a due parti con eterogeneità*. Tipo A: $q_A = 12 - p$. Tipo B: $q_B = 8 - p$. $MC = 0$. Numero uguale di tipi. Determinare la tariffa (F, p) ottimale se il monopolista vuole servire entrambi i tipi, e confrontare con la strategia di servire solo i tipi A.
5. *Rent-seeking*. Tre imprese competono in stile Tullock per una rendita di monopolio $V = 1.000$. Calcolare l'investimento individuale x^* , la spesa aggregata X^* e la frazione di rendita dissipata. Discutere come cambierebbe il risultato con $n = 10$ imprese.
6. Vero o falso, motivare: “con discriminazione di III grado tra due mercati, il prezzo più alto si applica al mercato dove la domanda è più piatta”.