

Microeconomia

Lezione 18: Oligopolio e Teoria dei Giochi

Marco Rosso

Università di Bologna

A.A. 2025–2026

15 maggio 2026

Cosa sappiamo

Finora abbiamo studiato due casi estremi di struttura di mercato:

- **Concorrenza perfetta:** molte imprese, $P = MC$, $\pi = 0$ nel lungo periodo, massima efficienza
- **Monopolio:** un'unica impresa, $P > MC$, $\pi > 0$ nel lungo periodo, perdita secca significativa

La realtà, però, è quasi sempre nel mezzo. La maggior parte dei mercati è dominata da un *numero ristretto* di imprese: smartphone, automotive, voli, grande distribuzione, petrolio, snack salati.

Cosa vedremo

La caratteristica fondamentale dell'oligopolio è l'**interdipendenza strategica**: il profitto di ciascuna impresa dipende anche dalle scelte dei concorrenti. Per analizzarla servono gli strumenti della *teoria dei giochi*. Studieremo poi i tre modelli classici (Bertrand, Cournot, Stackelberg) e il problema della collusione.

Obiettivi della lezione

1. **Definire** un gioco in forma normale e i concetti di strategia dominante ed equilibrio di Nash
2. **Identificare** l'equilibrio di Nash in una matrice di payoff
3. **Riconoscere** la struttura del dilemma del prigioniero e applicarla all'oligopolio
4. **Calcolare** il paradosso di Bertrand e discuterne le vie d'uscita (differenziazione, capacità, collusione)
5. **Derivare** la condizione di sostenibilità della collusione tramite gioco ripetuto e successioni geometriche
6. **Calcolare** l'equilibrio di Cournot (anche con costi asimmetrici)
7. **Calcolare** l'equilibrio di Stackelberg e confrontarlo con Cournot

Mercato di riferimento per tutta la lezione

$$P = 30 - Q = 30 - q_1 - q_2, \quad MC_1 = MC_2 = 6, \quad FC = 0.$$

Equilibri di confronto noti: monopolio $Q^M = 12$, $P^M = 18$, $\pi^M = 144$. Concorrenza perfetta: $Q_{cp} = 24$, $P_{cp} = 6$, $\pi = 0$.

L'oligopolio nei mercati reali

Oligopolio

Struttura di mercato con un **numero ristretto** di imprese (tipicamente 2–10), ciascuna con *potere di mercato significativo* e consapevole che le proprie scelte influenzano i concorrenti.

Esempi reali (concentrazione delle prime 3–5 imprese):

- **Smartphone (globale):** Apple, Samsung, Xiaomi > 80% del mercato
- **Automotive (Europa):** Volkswagen, Stellantis, Renault, BMW, Mercedes $\approx$ 75%
- **Voli (Italia):** in genere 2–4 vettori per tratta (Ryanair, ITA, Lufthansa, easyJet)
- **Grande distribuzione (Italia):** Conad, Coop, Selex, Esselunga, Carrefour, Lidl $\approx$ 70%
- **Snack salati a marca privata (Italia):** Amica Chips, Pata, Preziosi Food (ne ripareremo)
- **Petrolio (mondo):** OPEC+ controlla circa il 40% della produzione

La concentrazione non implica automaticamente abuso, ma rende il funzionamento del mercato *diverso* sia dalla concorrenza perfetta sia dal monopolio puro.

Interdipendenza strategica

La novità rispetto a CP e monopolio

In oligopolio, la decisione ottimale di ciascuna impresa **dipende** dalle decisioni delle altre. Non basta più massimizzare il profitto data la domanda di mercato: bisogna anche *anticipare* le mosse dei concorrenti.

Conseguenza. Nessuna delle tecniche viste finora basta:

- In CP l'impresa è price-taker: prende P come dato.
- In monopolio l'impresa fronteggia la *intera* domanda di mercato.
- In oligopolio l'impresa fronteggia una *domanda residuale* che dipende da quanto/come prezzano gli altri.

Lo strumento

Servono concetti che descrivano l'interazione strategica: *strategia*, *best-response*, *equilibrio*. È ciò che fornisce la **teoria dei giochi**.

Cos'è un gioco

Gioco in forma normale

Un **gioco in forma normale** è definito da tre elementi:

1. **Giocatori**: chi partecipa ($i = 1, \dots, n$)
2. **Strategie**: l'insieme delle azioni disponibili per ciascun giocatore (S_i)
3. **Payoff**: la funzione che assegna un risultato a ogni combinazione di strategie ($u_i(s_1, \dots, s_n)$)

Assunzioni standard:

- I giocatori sono **razionali**: massimizzano il proprio payoff
- I giocatori sono **strategici**: anticipano le scelte degli altri
- Le regole del gioco sono **conoscenza comune**: tutti sanno che tutti sono razionali, e tutti sanno che tutti lo sanno

Rappresentazione. Giochi con due giocatori e strategie discrete si rappresentano con una **matrice dei payoff**: righe = giocatore A, colonne = giocatore B, ogni cella contiene la coppia (u_A, u_B) .

Strategia dominante

Strategia (strettamente) dominante

Una strategia s_i^* è **strettamente dominante** per il giocatore i se è la sua scelta ottimale qualunque cosa faccia l'avversario:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}) \quad \forall s_i \neq s_i^*, \forall s_{-i}$$

Esempio: il gioco della pubblicità. Due imprese A e B decidono se fare pubblicità (profitti in milioni €):

	B: Pubblicità	B: No pubblicità
A: Pubblicità	(3, 3)	(5, 1)
A: No pubblicità	(1, 5)	(4, 4)

Analisi A. Se B fa pubblicità, A preferisce pubblicità ($3 > 1$). Se B non la fa, A preferisce comunque pubblicità ($5 > 4$). Quindi **“Pubblicità” è dominante per A** (per simmetria, anche per B).

Esito. Entrambe fanno pubblicità $\Rightarrow$ payoff (3, 3). Eppure (4, 4) sarebbe Pareto-superiore!

Equilibrio di Nash

Equilibrio di Nash

Un **equilibrio di Nash** (EN) è un profilo di strategie $(s_1^*, \dots, s_n^*)$ tale che nessun giocatore ha incentivo a deviare **unilateralmente**:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \quad \forall s_i, \forall i$$

Intuizione. In un EN ognuno fa il meglio possibile *dato* ciò che fa l'altro. Nessuno si pente della propria scelta una volta osservata quella altrui.

Procedura per trovarlo nella matrice (best-response highlighting):

1. Per ogni colonna, sottolineare il payoff massimo del giocatore riga
2. Per ogni riga, sottolineare il payoff massimo del giocatore colonna
3. Le celle con *entrambi* i payoff sottolineati sono equilibri di Nash

Nash $\supset$ Dominante

Se entrambi i giocatori hanno una strategia dominante, l'EN coincide con la combinazione di strategie dominanti. Ma Nash è più generale: esiste anche quando non ci sono strategie dominanti.

Trovare l'equilibrio di Nash: metodo applicato

Stesso gioco delle pubblicità, applicando il metodo. Sottolineo in ogni colonna il payoff massimo di A; in ogni riga il payoff massimo di B:

	B: Pubblicità	B: No pubblicità
A: Pubblicità	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(<u>5</u> , 1)
A: No pubblicità	(1, <u>5</u>)	(4, 4)

Conta delle sottolineature.

- Colonna 1 (B: Pubblicità): max di A è 3 in alto $\Rightarrow$ sottolineo. Colonna 2: max è 5 in alto $\Rightarrow$ sottolineo.
- Riga 1 (A: Pubblicità): max di B è 3 a sinistra $\Rightarrow$ sottolineo. Riga 2: max è 5 a sinistra $\Rightarrow$ sottolineo.

Cella con *entrambi* sottolineati: solo (Pubblicità, Pubblicità). **EN unico** = (3, 3).

Il dilemma

(No, No) = (4, 4) è Pareto-superiore, ma **non è un equilibrio**: ciascuna impresa ha incentivo a deviare unilateralmente verso "Pubblicità".

Il dilemma del prigioniero

Il gioco più famoso in economia: mostra perché individui razionali possono raggiungere un esito *collettivamente subottimale*.

Storia originale. Due criminali vengono arrestati separatamente e tenuti in celle senza comunicazione. Ciascuno può *confessare* (tradire il complice) o *tacere* (cooperare con il complice). Il PM offre la stessa proposta a entrambi (anni di carcere, payoff negativi):

	Complice: Tace	Complice: Confessa
Sospettato: Tace	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Sospettato: Confessa	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

Analisi. “Confessare” è strategia dominante per entrambi (verificare!): se l'altro tace, $0 > -1$; se l'altro confessa, $-5 > -10$. EN: (Confessa, Confessa) $\Rightarrow (-5, -5)$.

Il paradosso

L'esito di equilibrio è *Pareto-dominato* da (Tace, Tace) $= (-1, -1)$. La razionalità individuale porta a un esito collettivamente peggiore.

Il dilemma del prigioniero applicato all'oligopolio

Traduzione in linguaggio oligopolistico. Due imprese decidono il prezzo: *alto* (= comportarsi come un cartello, cooperando con il rivale) o *basso* (= guerra dei prezzi, tradendo il rivale).

(profitti in migliaia €)	Impresa 2: <i>P</i> alto	Impresa 2: <i>P</i> basso
Impresa 1: <i>P</i> alto	(8, 8)	(2, 12)
Impresa 1: <i>P</i> basso	(12, 2)	(4, 4)

Mappatura concettuale:

Prigioniero	$\longleftrightarrow$	Oligopolio
Tace (coopera col complice)	$\longleftrightarrow$	Prezzo alto (rispetta cartello)
Confessa (tradisce)	$\longleftrightarrow$	Prezzo basso (guerra dei prezzi)
(Tace, Tace) Pareto-ottimo	$\longleftrightarrow$	Collusione: profitti alti
EN (Conf., Conf.)	$\longleftrightarrow$	Guerra dei prezzi: profitti bassi

Stessa struttura, stesso risultato. “Prezzo basso” è dominante per entrambe $\Rightarrow$ EN: (4, 4). Ottimo collusivo (8, 8) *non* è equilibrio: ciascuna impresa devia unilateralmente, perché $12 > 8$.

Il modello di Bertrand

Joseph Bertrand (1883) propone un modello in cui le imprese competono sui **prezzi** anziché sulle quantità.

Assunzioni

- Due imprese, **bene omogeneo**, stesso $MC = 6$, **capacità illimitata**
- Scelgono **simultaneamente** i prezzi P_1 e P_2
- I consumatori comprano dall'impresa con il prezzo *più basso* (tutta la domanda va là)
- In caso di parità $P_1 = P_2$: la domanda si divide a metà

Mercato di riferimento. $P = 30 - Q$, $MC = 6$. Se una sola impresa servisse tutto il mercato a un prezzo P , la quantità domandata sarebbe $Q(P) = 30 - P$.

Domanda chiave

Quale prezzo fissereste, se foste una delle due imprese, sapendo che il rivale farà lo stesso ragionamento?

Concorrenza sul prezzo

Immaginate di essere una delle due imprese in concorrenza. Entrambe le imprese hanno $MC = 6$ e capacità illimitata. La domanda di mercato è $Q = 30 - P$.

Pensate a un **prezzo intero** P a cui vendereste. Vince chi prende la maggior parte del mercato o si divide il mercato a metà.

Quanto prezzo scegliete?

Cosa succede tipicamente:

- Qualcuno propone $P = 18$ (monopolio paritetico): profitto $\pi = (18 - 6) \cdot 6 = 72$ ciascuno
- Qualcun altro pensa: “e se l’altro propone 18, io a 17 prendo tutto $\Rightarrow 11 \cdot 13 = 143$ ”
- Qualcun altro: “e allora io scendo a 16...” poi 15, 14, 13...
- Dove ci si ferma?

Bertrand: logica dell'undercutting

Sviluppiamo formalmente il ragionamento dell'aula.

Caso 1. $P_2 > MC = 6$. L'impresa 1 ha un incentivo evidente: se fissa $P_1 = P_2 - \varepsilon$ (con ε piccolissimo) cattura *tutta* la domanda al prezzo P_1 con margine positivo:

$$\pi_1 = (P_2 - \varepsilon - 6) \cdot (30 - (P_2 - \varepsilon)) > \frac{(P_2 - 6)(30 - P_2)}{2}$$

quindi conviene “undercut” del rivale.

Caso 2. L'impresa 2 reagisce con la stessa logica: $P'_2 = P_1 - \varepsilon$. E così via.

La spirale si arresta dove? A nessun prezzo $P > MC$ esiste un equilibrio: ognuno vorrebbe scendere appena sotto l'altro. L'unico “punto fermo” è $P_1 = P_2 = MC = 6$:

- Nessuno può abbassare ulteriormente (perderebbe sui ricavi marginali)
- Nessuno può alzare unilateralmente (perderebbe tutti i clienti)

Il paradosso di Bertrand

Equilibrio di Bertrand

$$P_1^* = P_2^* = MC = 6, \quad \pi_1 = \pi_2 = 0$$

Due sole imprese replicano l'esito della concorrenza perfetta.

Perché “paradossale”?

- Passare da 1 impresa (monopolio) a 2 imprese fa *crollare* i profitti da 144 a 0
- Passare da 2 a 3 imprese (o 100) non cambia nulla: i profitti sono già zero
- Empiricamente *non si osserva* questo comportamento: i duopoli reali raramente fissano $P = MC$

La chiave del paradosso

Il modello è estremamente sensibile a tre assunzioni:

1. Bene perfettamente omogeneo
2. Capacità produttiva illimitata di ciascuna impresa
3. Interazione one-shot (non ripetuta)

Rilassiamone una alla volta.

Via d'uscita 1: differenziazione del prodotto

Se il bene non è perfettamente omogeneo, i consumatori non spostano la domanda istantaneamente al minimo prezzo. Ogni impresa fronteggia una *propria* domanda residuale anche con $P_i > P_j$.

Esempio: due bar vicini

Bar A vicino alla nostra aula, Bar B 200 metri più avanti vicino alla fermata del bus. Entrambi vendono caffè a $MC \approx 0,40$ €. Se Bar A fissa il caffè a 1,10 € e Bar B a 1,20 €:

- Gli studenti che escono da qui vanno al più vicino (Bar A): pochi camminano 200 metri per risparmiare 10 centesimi
- Chi prende il bus va al più vicino (Bar B) per lo stesso motivo
- Entrambi i bar mantengono clientela e prezzi sopra il costo marginale

Modello di Hotelling (intuizione). La distanza (d) fra le imprese si comporta come un costo di trasporto $t \cdot d$ a carico del consumatore. Equilibrio con prezzi sopra MC :

$$P_i^* = MC + t \cdot d$$

La differenziazione (spaziale o di prodotto) crea *margin*: è l'opposto del paradosso.

Via d'uscita 2: vincoli di capacità

Se nessuna impresa può servire *tutta* la domanda al prezzo $P = MC$, l'argomento di Bertrand si rompe: anche fissando un prezzo bassissimo, l'undercutter *non* cattura tutto il mercato.

Intuizione

Supponiamo che l'impresa 1 abbia capacità massima $\bar{q}_1 = 15$ (mentre la domanda totale a $P = MC$ sarebbe $Q = 24$). Se fissa P_1 appena sotto P_2 , vende $\bar{q}_1 = 15$. I restanti 9 consumatori vanno comunque dall'impresa 2, che può quindi fissare un prezzo $P_2 > MC$ servendo la domanda *residuale*.

Modello di Edgeworth (1897). Con capacità vincolata l'equilibrio in strategie pure spesso *non esiste*: i prezzi oscillano fra un minimo competitivo e un massimo monopolistico (ciclo di Edgeworth).

Casi reali. Settori capital-intensive con capacità rigida (acciaio, cemento, energia elettrica, aviazione). Spiega perché in questi mercati i prezzi non collassano a MC nemmeno con pochi operatori.

Via d'uscita 3: il gioco si ripete

Terza assunzione critica: il gioco è *one-shot*.

Nei mercati reali, però, le imprese si incontrano **molte volte**, ogni giorno, per anni. Questo cambia radicalmente l'analisi.

Intuizione

Se devio dalla collusione oggi, guadagno di più *oggi*; ma se l'altra impresa può reagire *domani*, perdo profitti in tutti i periodi futuri. Se i periodi futuri "contano abbastanza", l'incentivo a deviare scompare.

Questa è la via d'uscita più importante, sia teoricamente sia per la policy antitrust. Le prossime slide la sviluppano in modo formale:

1. Calcolo collusivo nel mercato di riferimento
2. Strumento matematico: successioni geometriche
3. Strategia di punizione: grim trigger
4. Condizione di sostenibilità sul tasso di sconto δ

Collusione: l'incentivo a coordinarsi

Collusione

La **collusione** si ha quando le imprese coordinano le proprie scelte per massimizzare il profitto *congiunto*, comportandosi come un monopolio condiviso.

Nel mercato di riferimento. $P = 30 - Q$, $MC = 6$. L'ottimo di monopolio congiunto:

$$Q^M = 12, \quad P^M = 18, \quad \pi^M = (18 - 6) \cdot 12 = 144$$

Divisione paritetica fra le due imprese:

$$q_1^{\text{coll}} = q_2^{\text{coll}} = 6, \quad \pi_1^{\text{coll}} = \pi_2^{\text{coll}} = \frac{144}{2} = 72$$

Confronto

- Bertrand one-shot: $\pi_i = 0$
- Collusione: $\pi_i = 72$

Se le imprese riuscissero a sostenere l'accordo, raddoppierebbero il profitto rispetto al duopolio competitivo e si approprierebbero del massimo profitto possibile nel mercato.

L'incentivo a deviare

Ma la collusione è instabile. Le imprese competono sul prezzo (Bertrand). Supponiamo che l'impresa 2 stia rispettando l'accordo e fissi il prezzo collusivo $P_2 = 18$. L'impresa 1 si chiede: "conviene rispettarlo anch'io?"

La logica dell'undercutting. È esattamente il ragionamento del paradosso di Bertrand: se l'impresa 1 fissa $P_1 = 18 - \varepsilon$ (con ε piccolissimo), cattura l'intero mercato.

$$P_1 = 18 - \varepsilon \Rightarrow Q_1 = 30 - 18 = 12, \quad P_2 = 18 \Rightarrow Q_2 = 0$$

Profitti se 1 devia (e 2 rispetta), nel limite $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\pi_1^{\text{dev}} = (18 - 6) \cdot 12 = 144, \quad \pi_2 = 0$$

Deviando, l'impresa 1 si appropria dell'intero profitto di monopolio: vende a (quasi) il prezzo collusivo, ma a tutto il mercato.

Il punto chiave

$\pi_1^{\text{dev}} = 144 \gg 72 = \pi_1^{\text{coll}}$. **Deviare conviene moltissimo.** In Bertrand chi devia prende tutto: per simmetria conviene anche all'impresa 2. In un gioco *one-shot* la collusione *non* è un equilibrio di Nash.

Gioco ripetuto: nuovo orizzonte temporale

Cambio di prospettiva. Le imprese non si incontrano una sola volta: interagiscono ogni periodo $t = 0, 1, 2, \dots$

Tasso di sconto

Il **tasso di sconto** $\delta \in (0, 1)$ misura quanto si valutano oggi i profitti futuri. Profitto π ottenuto al periodo t vale oggi $\delta^t \pi$.

δ alto $\Leftrightarrow$ imprese *pazienti*, futuro pesa molto. $\delta \approx 1/(1+r)$ con r tasso di interesse.

Due tipi di gioco ripetuto:

- **Orizzonte finito** (T periodi noti). Per *induzione a ritroso*: nell'ultimo periodo nessuno punisce più, quindi tutti deviano; sapendo questo, già al periodo $T - 1$ tutti deviano; e così indietro. Risultato: si gioca Cournot/Bertrand ogni periodo. La collusione *non* regge.
- **Orizzonte infinito** (o indefinito). Senza "ultimo periodo" la punizione futura è sempre credibile. La collusione *può* reggere, se δ è sufficientemente alto.

Studieremo il caso a orizzonte infinito. Strumento matematico necessario: le *successioni geometriche*.

Strumento matematico: successioni geometriche

Per i profitti scontati su orizzonte infinito useremo questa famiglia di formule.

Formula base (per $|\delta| < 1$):

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = 1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots = \frac{1}{1 - \delta}$$

Casi notevoli (derivati dalla formula base):

Successione	Somma	Quando si usa
$1 + \delta + \delta^2 + \dots$	$\frac{1}{1 - \delta}$	flusso costante da <i>oggi</i>
$\delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots$	$\frac{\delta}{1 - \delta}$	flusso da <i>domani</i> (grim trigger)
$\delta^k + \delta^{k+1} + \dots$	$\frac{\delta^k}{1 - \delta}$	flusso che inizia tra k periodi
$1 + \delta^k + \delta^{2k} + \dots$	$\frac{1}{1 - \delta^k}$	flusso solo ogni k periodi
$1 + \delta + \dots + \delta^{T-1}$	$\frac{1 - \delta^T}{1 - \delta}$	orizzonte finito di T periodi

Strategia grim trigger

Per sostenere la collusione serve una minaccia credibile di punizione.

Strategia “grim trigger”

“Coopero (fisso il prezzo collusivo $P^{\text{coll}} = 18$) finché l'altra coopera. Appena osservo una deviazione, torno a competere **alla Bertrand per sempre** ($P = MC = 6$, profitti nulli in ogni periodo successivo).”

Confronto dei due scenari per l'impresa 1, dal periodo $t = 0$.

Scenario A: rispetto l'accordo. Ottengo $\pi^{\text{coll}} = 72$ in ogni periodo:

$$V_A = 72 + 72\delta + 72\delta^2 + \dots = \frac{72}{1 - \delta}$$

Scenario B: devio oggi. Oggi faccio undercutting e guadagno $\pi^{\text{dev}} = 144$ (intero mercato). Da domani il rivale punisce $\Rightarrow$ si torna a Bertrand $\Rightarrow$ guadagno $\pi = 0$ per sempre:

$$V_B = 144 + 0 \cdot \delta + 0 \cdot \delta^2 + \dots = 144$$

Condizione di sostenibilità (derivazione)

La collusione è sostenibile se rispettare l'accordo conviene almeno quanto deviare: $V_A \geq V_B$.

$$\frac{72}{1 - \delta} \geq 144$$

Moltiplico ambo i lati per $(1 - \delta) > 0$:

$$72 \geq 144(1 - \delta) = 144 - 144\delta$$

$$144\delta \geq 72 \implies \boxed{\delta \geq \delta^* = \frac{72}{144} = \frac{1}{2}}$$

Interpretazione

La collusione è sostenibile se le imprese sono **sufficientemente pazienti**: il tasso di sconto deve essere almeno $1/2$. Con tassi di interesse normali ($\delta = 1/(1+r)$ vicino a $0,95$) la condizione è ampiamente soddisfatta: il problema vero per i cartelli è *l'osservabilità delle deviazioni*, non la pazienza.

Formula generale. $\delta^* = \frac{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{coll}}}{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{pun}}}$, dove π^{pun} è il profitto di punizione.

E se δ fosse diverso?

Le imprese competono à la Bertrand nel mercato di riferimento ($P = 30 - Q$, $MC = 6$): $\pi^{\text{coll}} = 72$, $\pi^{\text{dev}} = 144$ (chi devia cattura tutto il mercato), $\pi^{\text{pun}} = 0$. La strategia di punizione è grim trigger.

(a) La collusione è sostenibile con $\delta = 0,4$?

(b) E con $\delta = 0,7$?

(c) Per quale valore di δ le imprese sono *indifferenti* tra deviare e cooperare?

(a) $\delta = 0,4$. Confronto con $\delta^* = 1/2$. Poiché $0,4 < 0,5$ la collusione *non* è sostenibile.

$$V_A = \frac{72}{1-0,4} = \frac{72}{0,6} = 120, \quad V_B = 144$$

$V_B > V_A$: deviare conviene.

(b) $\delta = 0,7$. Poiché $0,7 > 0,5$ la collusione è sostenibile.

$$V_A = \frac{72}{1-0,7} = \frac{72}{0,3} = 240, \quad V_B = 144$$

$V_A > V_B$: rispettare l'accordo conviene.

(c) L'indifferenza si ha esattamente a $\delta = \delta^* = 1/2$ ($V_A = 72/0,5 = 144 = V_B$).

Generalizzazione: δ^* in funzione del numero di imprese

Come cambia δ^* se il cartello ha n imprese simmetriche? In concorrenza alla Bertrand il calcolo è immediato: la collusione divide il profitto di monopolio ($\pi_i^{\text{coll}} = \pi^M/n$), la deviazione cattura tutto il mercato ($\pi^{\text{dev}} = \pi^M$), la punizione azzerà i profitti ($\pi^{\text{pun}} = 0$).

$$\delta^*(n) = \frac{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{coll}}}{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{pun}}} = \frac{\pi^M - \pi^M/n}{\pi^M - 0} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$$

n	2	3	4	5	6	7	...
$\delta^* = (n-1)/n$	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	$\rightarrow 1$
valore	0,500	0,667	0,750	0,800	0,833	0,857	$\rightarrow 1$

Lettura

$\delta^*(n) = (n-1)/n$ è **crescente in n** e *non dipende* dai parametri di domanda o costo. Più imprese ci sono, più devono essere pazienti per sostenere il cartello; per $n \rightarrow \infty$, $\delta^* \rightarrow 1$: con tante imprese la collusione diventa praticamente insostenibile.

Caso reale: il cartello delle patatine (AGCM, aprile 2026)

Una collusione esattamente come quella vista in teoria, scoperta in Italia il mese scorso.

I fatti accertati dall'AGCM

Le tre principali imprese italiane di snack salati a marchio privato — **Amica Chips** (fatturato 2023: 140 mln €), **Pata** (171 mln) e **Preziosi Food** (86 mln) — hanno coordinato per oltre **otto anni** la fornitura alle catene della GDO. Sanzione complessiva: **23,3 milioni di euro**.

Meccanismo del cartello.

- *Spartizione del mercato* per cliente: Amica Chips → Esselunga, Lidl, Carrefour; Pata → Coop, Conad, Pam, Eurospin
- Si scambiavano via mail *condizioni commerciali e screenshot di offerte* prima di rispondere alle gare della GDO
- Mercato totale italiano degli snack salati: ~ 922 mln €, segmento private label $\sim 1/3$

Mappatura al modello.

- “Bene omogeneo” → patatine private label (differenziazione minima)
- “Imprese pazienti” → relazioni di fornitura pluriennali $\Rightarrow \delta$ alto $\Rightarrow$ collusione sostenibile
- Modalità operativa: *spartizione del mercato* (variante del modello collusivo standard)

Come si rompono i cartelli: il meta-dilemma del prigioniero

Se la collusione è sostenibile, perché l'AGCM ce l'ha fatta a scoprirla?

Il cartello delle patatine è stato rotto da un *whistleblower* (un dipendente o un'impresa partecipante che ha denunciato il cartello in cambio di una riduzione della sanzione).

Programma di clemenza (leniency program)

L'AGCM riduce la sanzione a chi denuncia per primo: **azzeramento** per chi denuncia prima dell'avvio dell'istruttoria; sconti decrescenti per chi collabora dopo. Nel caso patatine: Amica Chips e Pata hanno ottenuto sconti per la collaborazione.

Il meta-dilemma

Il programma di clemenza costruisce un *dilemma del prigioniero* sopra il cartello esistente:

- Tacere (collaborare col cartello): profitti alti ma rischio di scoperta
- Confessare per primi all'AGCM: sanzione ridotta a zero
- Equilibrio del nuovo gioco: **denunciare prima dell'altro**

L'autorità antitrust ribalta deliberatamente la struttura strategica a vantaggio della concorrenza.

E se invece dei prezzi competessero sulle quantità?

Il paradosso di Bertrand dipende dall'assunzione che la variabile strategica sia il prezzo. Cosa succede se invece le imprese scelgono *quantità* (e il prezzo emerge dalla domanda di mercato)?

Quando ha senso? Nei mercati in cui la *capacità produttiva* è la decisione vincolante. Una volta installata la capacità, il prezzo si forma sul mercato per equilibrare domanda e offerta.

Esempi reali di concorrenza “alla Cournot”:

- **Acciaio e cemento:** capacità degli impianti decisa anni in anticipo, prezzo si aggiusta
- **Energia elettrica:** produttori decidono la potenza da immettere, il prezzo si forma su borsa elettrica
- **Materie prime** (rame, alluminio): capacità estrattiva fissata, prezzo su mercato globale
- **OPEC+:** ogni paese decide la propria quota di produzione, il prezzo del Brent si aggiusta

Augustin Cournot (1838) ha proposto il primo modello formale di oligopolio. Lo deriviamo nelle prossime slide.

Il modello di Cournot

Assunzioni

- Due imprese (duopolio): impresa 1 e impresa 2
- Scelgono **simultaneamente** le quantità q_1 e q_2
- Bene **omogeneo**: la domanda aggregata dipende solo da $Q = q_1 + q_2$
- Ciascuna impresa massimizza il proprio profitto prendendo la quantità dell'altra come *data*

Mercato di riferimento (lo stesso di tutta la lezione):

$$P = 30 - Q = 30 - q_1 - q_2, \quad MC_1 = MC_2 = 6, \quad FC = 0$$

Profitto dell'impresa 1:

$$\pi_1(q_1, q_2) = P \cdot q_1 - 6 q_1 = (30 - q_1 - q_2 - 6) q_1 = (24 - q_1 - q_2) q_1$$

Per simmetria, $\pi_2 = (24 - q_1 - q_2) q_2$.

Funzione di reazione

L'impresa 1 massimizza $\pi_1 = (24 - q_1 - q_2) q_1$ trattando q_2 come un dato.

Condizione del primo ordine:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 24 - 2q_1 - q_2 = 0 \implies q_1^*(q_2) = 12 - \frac{q_2}{2}$$

Lettura della funzione di reazione (best-response). Per ogni quantità q_2 attesa, indica la quantità ottimale per l'impresa 1.

- Se $q_2 = 0$ (nessuna concorrenza): $q_1^* = 12 = q^M$ — l'impresa 1 diventa monopolista
- Se $q_2 = 24$ (massima produzione rivale, $P = MC$): $q_1^* = 0$ — conviene non produrre
- Pendenza $-1/2$: per ogni unità in più prodotta dal rivale, l'impresa 1 riduce la propria di mezza unità

Per simmetria, la funzione di reazione dell'impresa 2:

$$q_2^*(q_1) = 12 - \frac{q_1}{2}$$

Equilibrio di Cournot

All'equilibrio entrambe scelgono ottimalmente date le aspettative sull'altra, e le aspettative sono corrette: ogni impresa sta sulla propria BR *contemporaneamente*.

Sistema:

$$\begin{cases} q_1 = 12 - \frac{q_2}{2} \\ q_2 = 12 - \frac{q_1}{2} \end{cases}$$

Soluzione. Sostituisco la seconda nella prima:

$$q_1 = 12 - \frac{1}{2} \left(12 - \frac{q_1}{2} \right) = 12 - 6 + \frac{q_1}{4} = 6 + \frac{q_1}{4}$$

$$\frac{3q_1}{4} = 6 \implies \boxed{q_1^C = 8}$$

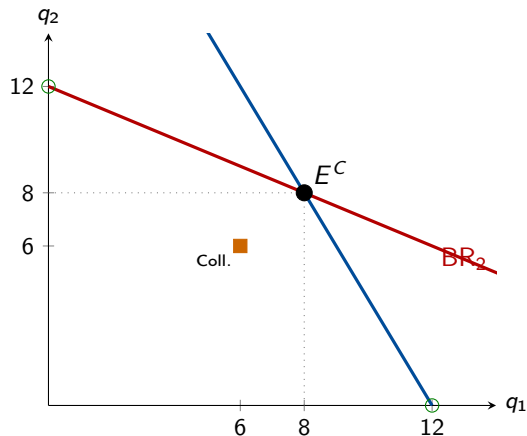
Per simmetria: $q_2^C = 8$.

Quantità totale, prezzo e profitti:

$$Q^C = 16, \quad P^C = 30 - 16 = 14$$

$$\pi_1^C = \pi_2^C = (14 - 6) \cdot 8 = 8 \cdot 8 = 64$$

Rappresentazione grafica dell'equilibrio di Cournot



Lettura.

Le due BR si intersecano in $E^C = (8, 8)$: l'equilibrio di Cournot.

Punti notevoli:

- $(12, 0)$ e $(0, 12)$: monopolio individuale
- $E^C = (8, 8)$: equilibrio simmetrico
- $(6, 6)$: collusione paritetica

La collusione *non* è un equilibrio: a partire da $(6, 6)$ ciascuna impresa vorrebbe spostarsi sulla propria BR (es. impresa 1 a $q_1 = 12 - 6/2 = 9$). Senza meccanismi di enforcement, la collusione collassa verso E^C .

La collusione in Cournot: l'incentivo a deviare

Anche in Cournot le imprese potrebbero accordarsi per produrre, ciascuna, metà della quantità di monopolio: $q_i^{\text{coll}} = 6$ (così $Q = 12$, $P = 18$, $\pi_i = 72$). Ma è un equilibrio?

Verifica: best-response dell'impresa 1 a $q_2 = 6$. A differenza di Bertrand, qui la deviazione è una scelta di *quantità*. L'impresa 1 massimizza:

$$\pi_1 = (30 - q_1 - 6 - 6) q_1 = (18 - q_1) q_1 \Rightarrow \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 18 - 2q_1 = 0 \Rightarrow q_1^{\text{dev}} = 9$$

Esito di mercato se 1 devia (e 2 rispetta):

$$Q = 9 + 6 = 15, \quad P = 15, \quad \pi_1^{\text{dev}} = (15 - 6) \cdot 9 = 81, \quad \pi_2 = 54$$

Confronto con la deviazione alla Bertrand

$\pi_1^{\text{dev}} = 81 > 72 = \pi^{\text{coll}}$: la collusione *non* è un equilibrio di Cournot. Ma il guadagno della deviazione è *molto minore* che in Bertrand (81 contro 144): competendo in quantità non si può “rubare” tutto il mercato del rivale, solo espandere la propria produzione lungo la BR.

Sostenibilità della collusione in Cournot

Con gioco ripetuto e grim trigger la collusione regge anche in Cournot se $\delta \geq \delta^*$. Qui però la punizione è il ritorno all'*equilibrio di Cournot* ($\pi^C > 0$), non a Bertrand. Per $n = 2$ nel mercato di riferimento ($\pi^{\text{coll}} = 72$, $\pi^{\text{dev}} = 81$, $\pi^C = 64$):

$$\delta^* = \frac{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{coll}}}{\pi^{\text{dev}} - \pi^C} = \frac{81 - 72}{81 - 64} = \frac{9}{17} \approx 0,529$$

Generalizzazione a n imprese (normalizzando $(a - c)^2 = 1$): $\pi_i^{\text{coll}} = \frac{1}{4n}$, $\pi_i^C = \frac{1}{(n+1)^2}$, $\pi_i^{\text{dev}} = \left(\frac{n+1}{4n}\right)^2$:

n	2	3	4	...
δ^* (Cournot)	$9/17 \approx 0,529$	$4/7 \approx 0,571$	$25/41 \approx 0,610$	$\rightarrow 1$
δ^* (Bertrand)	$1/2 = 0,500$	$2/3 \approx 0,667$	$3/4 = 0,750$	$\rightarrow 1$

Lettura

In entrambi i modelli δ^* è crescente in n e tende a 1. Il confronto *tra* i due modelli riflette **due forze opposte**: in Bertrand la deviazione rende di più (si cattura tutto il mercato) e questo *alza* δ^* ; ma la punizione è anche più severa (profitti nulli contro i profitti positivi di Cournot) e questo lo *abbassa*. A $n = 2$ prevale di poco la punizione ($0,500 < 0,529$: collusione lievemente più facile in Bertrand); da $n \geq 3$ prevale la tentazione di deviare.

Cournot vs. altri modelli: tabella sintetica

Modello	q_i	Q	P	π_i	Benessere
Monopolio (cartello)	6	12	18	72	basso (DWL alto)
Cournot ($n = 2$)	8	16	14	64	medio
Cournot ($n = 3$)	6	18	12	36	più alto
Cournot ($n \rightarrow \infty$)	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 24$	$\rightarrow 6$	$\rightarrow 0$	massimo (=CP)
Bertrand / Concorrenza perfetta	—	24	6	0	massimo

Risultato generale. Con n imprese identiche e domanda lineare $P = a - bQ$, $MC = c$:

$$q_i^C = \frac{a - c}{(n + 1)b}, \quad Q^C = \frac{n(a - c)}{(n + 1)b}, \quad P^C = \frac{a + nc}{n + 1}$$

Convergenza

Per $n = 1$: monopolio. Per $n \rightarrow \infty$: concorrenza perfetta. Più imprese $\Rightarrow$ più quantità, prezzo più basso, profitti individuali in calo. **Il numero delle imprese è una variabile continua di intensità concorrenziale.**

Cournot con costi asimmetrici

Duopolio Cournot con domanda di mercato $P = 120 - Q$.

Impresa 1: $MC_1 = 20$. Impresa 2: $MC_2 = 40$.

- (a) Scrivere le funzioni di profitto π_1 e π_2 .
- (b) Derivare le funzioni di reazione di Cournot.
- (c) Trovare l'equilibrio di Cournot (q_1^C, q_2^C) , Q^C , P^C .
- (d) Calcolare i profitti di ciascuna impresa.
- (e) Commentare il risultato in termini di vantaggio di costo.

Provate da soli prima di vedere la soluzione. Avete tutti gli strumenti dalle slide precedenti.

Soluzione

(a) Funzioni di profitto.

$$\pi_1 = (120 - q_1 - q_2 - 20) q_1 = (100 - q_1 - q_2) q_1$$

$$\pi_2 = (120 - q_1 - q_2 - 40) q_2 = (80 - q_1 - q_2) q_2$$

(b) Funzioni di reazione. CPO impresa 1:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 100 - 2q_1 - q_2 = 0 \implies \boxed{q_1 = 50 - \frac{q_2}{2}}$$

CPO impresa 2:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 80 - q_1 - 2q_2 = 0 \implies \boxed{q_2 = 40 - \frac{q_1}{2}}$$

Osservazione. Le intercette delle BR (50 e 40) riflettono il monopolio individuale che ciascuna impresa terrebbe se il rivale uscisse dal mercato.

Soluzione

(c) **Equilibrio.** Sostituisco la BR_2 nella BR_1 :

$$q_1 = 50 - \frac{1}{2} \left(40 - \frac{q_1}{2} \right) = 50 - 20 + \frac{q_1}{4} = 30 + \frac{q_1}{4}$$

$$\frac{3q_1}{4} = 30 \implies \boxed{q_1^C = 40}, \quad q_2^C = 40 - \frac{40}{2} = 20$$

$$Q^C = 60, \quad P^C = 120 - 60 = 60$$

(d) **Profitti.**

$$\pi_1^C = (60 - 20) \cdot 40 = 1600, \quad \pi_2^C = (60 - 40) \cdot 20 = 400$$

(e) **Commento.** L'impresa 1 produce il doppio e *guadagna quattro volte tanto* l'impresa 2. Il differenziale di costo (20 vs 40) si traduce in un netto vantaggio competitivo. In Cournot **i costi più bassi premiano due volte**: producendo di più si abbassa il prezzo, e a quel prezzo l'impresa efficiente realizza il margine maggiore.

E se un'impresa muovesse per prima?

Finora le imprese decidono *simultaneamente*. Ma in molti mercati una delle due muove *prima* e in modo *osservabile* (impegno irreversibile).

Esempi reali di asimmetria temporale.

- **Tesla nelle auto elettriche (2008–2018):** investe in stabilimenti e gigafactory prima che VW, Stellantis, GM convertano linee EV. I tradizionali costruttori reagiscono come follower
- **Ryanair vs vettori tradizionali:** dimensione della flotta e rotte annunciate con anni di anticipo, Alitalia/Lufthansa/Air France si adattano sul resto
- **OPEC+ vs produttori non-OPEC:** l'OPEC annuncia tagli/aumenti di produzione, USA e Russia (non-OPEC) reagiscono al prezzo risultante
- **Amazon vs retailer tradizionali nell'e-commerce:** capacità logistica installata prima, gli altri rincorrono

Heinrich von Stackelberg (1934) modella questa situazione. Il punto chiave: *muovere per primo, se l'impegno è credibile, è un vantaggio strategico.*

Il modello di Stackelberg

Assunzioni

- **Impresa 1 (leader):** sceglie q_1 **per prima**, in modo *osservabile* e *irreversibile*
- **Impresa 2 (follower):** osserva q_1 e poi sceglie q_2 ottimalmente
- Il leader sa che il follower reagirà con la propria BR e *tiene conto* di questa reazione

Tecnica di risoluzione: induzione a ritroso (backward induction). Si parte dal *secondo* stadio (il follower) e si risale al primo (il leader).

Stadio 2 (follower). Dato q_1 , l'impresa 2 massimizza il proprio profitto. Stessa BR di Cournot:

$$q_2^*(q_1) = 12 - \frac{q_1}{2}$$

Stadio 1 (leader). L'impresa 1 sa che il follower seguirà la sua BR. Sostituisce $q_2 = 12 - q_1/2$ nel proprio profitto e massimizza *rispetto a* q_1 .

Stackelberg: calcolo dell'equilibrio

Il leader sostituisce la BR del follower:

$$\pi_1 = (24 - q_1 - q_2) q_1 = \left(24 - q_1 - \left(12 - \frac{q_1}{2}\right)\right) q_1 = \left(12 - \frac{q_1}{2}\right) q_1$$

CPO del leader:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 12 - q_1 = 0 \implies \boxed{q_1^S = 12}$$

Reazione del follower:

$$q_2^S = 12 - \frac{12}{2} = 6$$

Esito di mercato:

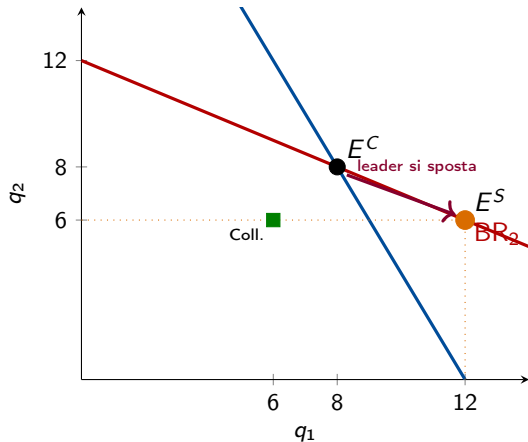
$$\begin{aligned} Q^S &= 12 + 6 = 18, & P^S &= 30 - 18 = 12 \\ \pi_1^S &= (12 - 6) \cdot 12 = 72, & \pi_2^S &= (12 - 6) \cdot 6 = 36 \end{aligned}$$

Risultato chiave

$\pi_1^S = 72 > 64 = \pi_1^C$: il leader guadagna più che in Cournot.

$\pi_2^S = 36 < 64 = \pi_2^C$: il follower guadagna meno che in Cournot.

Stackelberg: grafico



E^S giace sulla BR_2 : il follower fa la sua mossa migliore dato $q_1 = 12$.

Perché $E^S \neq E^C$?

- In Cournot *entrambe* scelgono simultaneamente, senza poter impegnarsi
- In Stackelberg il leader si *impegna* credibilmente su $q_1 = 12$. Il follower deve adattarsi

Il leader produce di più di Cournot ($12 > 8$): “occupa” il mercato prima che il follower scelga. Geometricamente si sposta lungo la propria isoprofitto di livello più alto, fermandosi sulla BR del follower.

Stackelberg: confronto sintetico

Mercato di riferimento $P = 30 - Q$, $MC = 6$:

Modello	q_1	q_2	Q	P	π_1	π_2
Monopolio (cartello)	6	6	12	18	72	72
Stackelberg	12	6	18	12	72	36
Cournot	8	8	16	14	64	64
Bertrand / CP	—	—	24	6	0	0

Osservazioni chiave.

- Leader produce di più di Cournot ($12 > 8$), follower meno ($6 < 8$)
- Leader guadagna come nella collusione (72), follower la metà (36)
- Prezzo più basso che in Cournot ($12 < 14$): meglio per i consumatori
- Leader preferisce Stackelberg ($72 > 64$); follower preferisce Cournot ($64 > 36$)

Vantaggio del first-mover

Esiste solo se l'impegno è osservabile e credibile. Senza impegno, l'unico equilibrio è Cournot.

Stackelberg asimmetrico

Stesso mercato dell'esercizio Cournot precedente: $P = 120 - Q$, $MC_1 = 20$, $MC_2 = 40$. Ora l'impresa 1 è leader.

Stadio 2 (follower). BR_2 dalla CPO di $\pi_2 = (80 - q_1 - q_2)q_2$:

$$q_2^*(q_1) = 40 - \frac{q_1}{2}$$

Stadio 1 (leader). Sostituisco q_2 in $\pi_1 = (100 - q_1 - q_2)q_1$:

$$\pi_1 = (100 - q_1 - 40 + q_1/2) q_1 = (60 - q_1/2) q_1$$

CPO: $60 - q_1 = 0 \Rightarrow \boxed{q_1^S = 60}$.

Reazione del follower: $q_2^S = 40 - 30 = 10$.

Esito. $Q^S = 70$, $P^S = 50$, $\pi_1^S = (50 - 20) \cdot 60 = 1800$, $\pi_2^S = (50 - 40) \cdot 10 = 100$.

Confronto Cournot vs Stackelberg (stesso mercato):

Modello	q_1	q_2	π_1	π_2
Cournot	40	20	1600	400
Stackelberg	60	10	1800	100

Esercizio 1: dilemma del prigioniero e collusione sostenibile

Due imprese in concorrenza monopolistica decidono se aderire a un accordo informale sui prezzi (C : cooperare) o competere aggressivamente per quote di mercato (D : deviare). Profitti annuali in milioni €:

	B: C	B: D
A: C	(4, 4)	(0, 6)
A: D	(6, 0)	(2, 2)

- (a) Esistono strategie dominanti? Trovare l'EN del gioco one-shot.
- (b) L'EN coincide con l'esito Pareto-ottimo?
- (c) Le due imprese si incontrano *ogni anno* con la stessa matrice. Adottando la strategia grim trigger, trovare il valore minimo δ^* del tasso di sconto che rende sostenibile la cooperazione (C, C).

Esercizio 1: soluzione

(a) Strategie dominanti. Per A: se B gioca C , A preferisce D ($6 > 4$); se B gioca D , A preferisce ancora D ($2 > 0$). D è **strategia dominante** per A, e per simmetria anche per B.

EN one-shot unico: $(D, D) = (2, 2)$.

(b) Confronto con Pareto. $(C, C) = (4, 4)$ Pareto-domina l'equilibrio $(D, D) = (2, 2)$ ma *non* è EN: ciascuna impresa devierebbe unilateralmente verso D ($6 > 4$).

Dilemma del prigioniero

$T = 6 > R = 4 > P = 2 > S = 0$.

È un dilemma del prigioniero: razionalità individuale $\Rightarrow$ esito collettivamente subottimale. La collusione (C, C) non regge in gioco one-shot.

La domanda diventa: *cosa cambia se le imprese si incontrano ogni anno?* (parte c)

Esercizio 1: soluzione

Gioco ripetuto con grim trigger. L'impresa A confronta due strategie sull'orizzonte infinito:

$$V_A^{\text{coll}} = 4 + 4\delta + 4\delta^2 + \dots = \frac{4}{1-\delta}$$

$$V_A^{\text{dev}} = 6 + 2\delta + 2\delta^2 + \dots = 6 + \frac{2\delta}{1-\delta}$$

Condizione di sostenibilità: $V_A^{\text{coll}} \geq V_A^{\text{dev}}$. Moltiplicando per $(1-\delta) > 0$:

$$4 \geq 6(1-\delta) + 2\delta \iff 4 \geq 6 - 4\delta \iff \boxed{\delta \geq \delta^* = \frac{1}{2}}$$

Formula generale (controllo).

$$\delta^* = \frac{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{coll}}}{\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{punish}}} = \frac{6 - 4}{6 - 2} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

Interpretazione

Basta che le imprese diano *almeno metà peso* ai profitti futuri (orizzonte di pianificazione di $\gtrsim 2$ anni) per sostenere la collusione. Con $\delta = 1/(1+r)$ equivale a $r \leq 100\%$, condizione ampiamente soddisfatta nei mercati reali: il problema empirico della collusione non è la pazienza, ma l'*osservabilità* delle deviazioni.

Esercizio 2: Stackelberg simmetrico

Duopolio nel mercato della componentistica industriale. Domanda di mercato $P = 40 - Q$. Entrambe le imprese hanno $MC = 4$, ma l'impresa 1 ha già annunciato un piano di investimenti irreversibile che la rende **leader**; l'impresa 2 osserva q_1 e poi sceglie q_2 .

- (a) Calcolare le quantità di equilibrio q_1^S , q_2^S , Q^S , P^S con induzione a ritroso.
- (b) Calcolare i profitti π_1^S e π_2^S .
- (c) Confrontare con l'equilibrio di Cournot nello stesso mercato. Quale impresa preferisce Stackelberg, quale Cournot? Di quanto?

Suggerimento: partire dalla CPO del follower, poi sostituire nella funzione di profitto del leader.

Esercizio 2: soluzione

Stadio 2 (follower). $\pi_2 = (40 - q_1 - q_2 - 4) q_2 = (36 - q_1 - q_2) q_2$. CPO:

$$36 - q_1 - 2q_2 = 0 \implies q_2^*(q_1) = 18 - \frac{q_1}{2}$$

Stadio 1 (leader). Sostituisco nella funzione di profitto del leader:

$$\pi_1 = \left(36 - q_1 - 18 + \frac{q_1}{2}\right) q_1 = \left(18 - \frac{q_1}{2}\right) q_1$$

CPO: $18 - q_1 = 0 \implies \boxed{q_1^S = 18}$.

Reazione follower: $q_2^S = 18 - 9 = 9$. Quindi $Q^S = 27$, $P^S = 13$.

$$\pi_1^S = (13 - 4) \cdot 18 = 162, \quad \pi_2^S = (13 - 4) \cdot 9 = 81$$

Confronto Cournot (stesso mercato simmetrico): $BR_i = 18 - q_j/2$, $q_i^C = 12$, $P^C = 16$, $\pi_i^C = 144$.

	q_1	q_2	π_1	π_2
Cournot	12	12	144	144
Stackelberg	18	9	162	81

Impresa 1 preferisce Stackelberg (+18); impresa 2 preferisce Cournot (+63). L'impegno credibile sposta surplus anche verso i consumatori: $P^S = 13 < 16 = P^C$.

Riepilogo generale (1/2)

Teoria dei giochi

- Strategia dominante: ottimale qualunque cosa faccia l'avversario
- Equilibrio di Nash: nessuno devia unilateralmente
- Dilemma del prigioniero: EN inefficiente (collusione instabile in one-shot)

Bertrand (prezzi, simultanea, beni omogenei)

- $P^* = MC$, $\pi = 0$ con sole 2 imprese (paradosso)
- Vie d'uscita: differenziazione (Hotelling), capacità (Edgeworth), gioco ripetuto

Collusione e gioco ripetuto

- Sostenibile in gioco ripetuto se $\delta \geq \delta^*$ con grim trigger
- Formula generale: $\delta^* = (\pi^{\text{dev}} - \pi^{\text{coll}}) / (\pi^{\text{dev}} - \pi^C)$
- δ^* è crescente in n : più imprese, più difficile sostenere il cartello

Riepilogo generale (2/2)

Cournot (quantità, simultanea)

- BR: $q_i^*(q_j) = (a - c)/(2b) - q_j/2$
- Equilibrio simmetrico: $q^C = (a - c)/[(n + 1)b]$
- Esito tra monopolio e CP; $n \rightarrow \infty$ converge a CP

Stackelberg (quantità, sequenziale)

- Leader anticipa BR del follower: $q_1^S = (a - c)/(2b)$, $q_2^S = (a - c)/(4b)$
- Vantaggio del first-mover: $\pi_1^S > \pi_1^C > \pi_2^S$
- Richiede *impegno osservabile e credibile*

Lezione di policy

L'oligopolio non ha un unico esito: dipende dalla natura dell'interazione (quantità vs prezzi, simultanea vs sequenziale, one-shot vs ripetuta). Le autorità antitrust valutano caso per caso, focalizzando l'attenzione su collusione esplicita (cartelli, come Amica Chips/Pata/Preziosi) e abusi di posizione dominante. I programmi di clemenza sono uno strumento di teoria dei giochi applicata: ribaltano la struttura strategica del cartello a vantaggio della concorrenza.

Competenze acquisite

- ✓ Definire un gioco in forma normale, strategia dominante ed equilibrio di Nash
- ✓ Trovare l'EN in una matrice di payoff col metodo del best-response highlighting
- ✓ Riconoscere la struttura del dilemma del prigioniero e applicarla all'oligopolio
- ✓ Derivare il paradosso di Bertrand e discuterne le tre vie d'uscita
- ✓ Calcolare l'equilibrio di Cournot (anche con costi asimmetrici) tramite funzioni di reazione
- ✓ Calcolare l'equilibrio di Stackelberg per induzione a ritroso e confrontarlo con Cournot
- ✓ Usare le successioni geometriche per calcolare profitti scontati su orizzonte infinito
- ✓ Derivare la condizione di sostenibilità della collusione (grim trigger) e calcolare δ^*

Esercizi facoltativi per casa

1. Matrice di payoff: $(C, C) = (6, 6)$, $(C, D) = (0, 10)$, $(D, C) = (10, 0)$, $(D, D) = (2, 2)$. Trovare EN e commentarne l'efficienza paretiana. È un dilemma del prigioniero?
2. Duopolio Cournot con $P = 60 - 2Q$, $MC_1 = MC_2 = 12$. Trovare q_i^C , Q^C , P^C , π_i^C . Confrontare con monopolio e CP.
3. Stesso mercato dell'esercizio 2. Trovare l'equilibrio di Stackelberg (impresa 1 leader). L'impresa 1 preferisce Stackelberg o Cournot? E l'impresa 2?
4. *Cartello a 3 imprese (caso patatine)*. Stesso mercato $P = 30 - Q$, $MC = 6$, ma con $n = 3$ imprese simmetriche (Amica, Pata, Preziosi). In caso di deviazione si attiva il grim trigger (Cournot a 3 imprese per sempre). Calcolare: (a) profitto collusivo per impresa, (b) profitto di Cournot per impresa, (c) profitto di una singola deviazione, (d) il valore minimo di δ che sostiene la collusione.
5. Spiegare intuitivamente perché Bertrand con due imprese porta a $P = MC$ mentre Cournot con due imprese no. Qual è l'assunzione chiave che differenzia i due modelli?
6. *Dal tasso di interesse alla sostenibilità*. In un certo mercato la condizione di sostenibilità del cartello è $\delta \geq \delta^* = 0,6$. Ricordando che $\delta = 1/(1+r)$ con r costo del capitale annuale: (a) qual è il valore massimo di r compatibile con la collusione? (b) Se le imprese affrontano una crisi di liquidità e il costo del capitale sale a $r = 50\%$ annuale, il cartello regge ancora?